Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm **005**

=Übungskapitel

Der Kreis- Standards

*Erforderlicher Wissensstand (->Stoffübersicht im Detail siehe auch **Wissensleuchtturm** der 4.Klasse)*

Der Kreis Definitionen und Eigenschaften

Kenntnis der Formeln für

Kreisbogen ; Kreissektor ; Kreissegment

Umfang und Flächeninhalt eines Kreises

Bogenlänge, Sehnenlänge ,Zentriwinkel

Umformen von Formeln und Beziehungen für eine geometrische Größe die ausgedrückt werden soll

Äquivalenzumformungen

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Aussagen und Behauptungen über Sehne, Segment, Sektor, Bogen, Flächeninhalte und hergeleitete Beziehungen in Formeln über den Kreis als richtig oder falsch klassifizieren

Berechnungen zu Sehne, Segment, Sektor,Bogen, Flächeninhalte durchführen können

Lösungen findest du ab Seite 7

Der Kreis ist unendlich eckig…

überlege warum

Ü1

Sind die folgenden Behauptungen richtig oder falsch?

Stelle gegebenenfalls richtig:

1.) Um die Formel für die Länge des Kreisbogens herzuleiten, “durchlaufe“ ich für einen ganzen Kreis die Bogenlänge $b = 2r\pi$, für einen Halbkreis $b = \frac{r\pi}{2}$

2.) Der Umfang eines Kreises ist proportional zu seinem Radius. Diesen Quotienten bezeichnen wir als π

3.) Der Flächeninhalt eines Kreises ist die Hälfte aus dem Produkt des Bogens und des Radius.

4.) Es gibt für die Berechnung der Fläche des Kreissegments keine direkte Formel. Dabei spielt die Zerlegung eines Sektors in Dreieck und Segment eine Rolle.

5.) Ist der Zentriwinkel des Kreissektors ein rechter, gilt die Beziehung $s = \sqrt{2}r$

6.) Das Dreieck, das wir aus dem Sektor berechnen müssen,um die Segmentfläche zu ermitteln ,kann gleichseitig, gleichschenkelig oder rechtwinkelig sein, sogar rechtwinkelig gleichschenkelig.

7.) $d = 2r$ ist die längst mögliche Kreissehne. Sie bestimmt einen Halbkreis.

8.) Ein Viertelkreis ist wie ein Halbkreis ein spezielles Kreissegment.

9.) Der Flächeninhalt des Viertelkreises beträgt $A = \frac{r^2 \cdot \pi}{4}$

Dieser Flächeninhalt ist der 4.Teil der Kreisflächenformel.

Diese Formel leitet sich auch aus der Formel des Sektors ab, wenn wir $\alpha = 90^0$ einsetzen.

10.)

Der Umfang des Kreissektors ist die Summe aus Bogen, Sehne und dem Radius des Kreises.

11.) Der Umfang des Kreissegments ist die Summe aus Radius und Sehne des Kreises

Ü2

Argumentiere und interpretiere anhand eines einfachen Herleitungsbeweises wie du die Formel für die **Bogenlänge eines Kreises** erhältst. Mache genaue Skizzen!

Die Bogenlängenformel für den Kreis lautet nun also

$$b = \frac{r\pi}{180} \cdot \alpha$$

$$b = \frac{r^2\pi}{180} \cdot \alpha$$

$$b = \frac{r\pi}{360} \cdot \alpha$$

Ü3

Leite aus der Bogenlängenformel allgemein die Formel für den **Zentriwinkel** her

$$\frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi} = \alpha$$

$$\frac{b \cdot 180}{r} \pi = \alpha$$

$$\frac{b \cdot 180}{\pi} \cdot r = \alpha$$

Berechne nun den Zentriwinkel wenn b = 52.82570594 m und r = 29,3 m gegeben sind.

Ü4

Liegt die folgende Angabe vor:

Gegeben ist der Flächeninhalt $A = 117288.12085479\,dm^2$ eines Kreises. Berechne den Radius!

wendest du folgende Formel an (kreuze die richtige an und leite sie her)

Um den Radius eines Kreises aus der Flächenformel herzuleiten wird die Formel……verwendet

$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ ☐

$r = \sqrt{\frac{A^2}{\pi}}$ ☐

$r = \frac{A}{\pi}$ ☐

Ü5

Zwischen welchen beiden Formeln besteht ein direkter Zusammenhang (d.h. die eine ist aus der anderen direkt ableitbar)??

Erkläre die Bedeutung der Formeln und zeige,dass die zweite aus der ersten folgt!

$A = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$ $A = \frac{b \cdot r}{2}$ ☐

$A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$ $A = 2r\pi$ ☐

$A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$ $A = \frac{b \cdot r}{2}$ ☐

$A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$ $A = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$ ☐

Lösungen

Übungsleuchtturm 005

Ü1

Falsche Aussagen sind eingerahmt und bereits korrigiert ,korrekte bleiben unverändert stehen.

1.) Um die Formel für die Länge des Kreisbogens herzuleiten, "durchlaufe" ich für einen ganzen Kreis die Bogenlänge $b = 2r\pi$, für einen Halbkreis $\boxed{b = r \cdot \pi}$

2.) Der Umfang eines Kreises ist proportional zu seinem **Durchmesser.** Diesen Quotienten bezeichnen wir als π $\pi = \frac{u}{d}$

3.) Der Flächeninhalt eines **Kreissektors** ist die Hälfte aus dem Produkt des Bogens und des Radius.

$$\boxed{A = \frac{b \cdot r}{2}}$$

4.) Es gibt für die Berechnung der Fläche des Kreissegments keine direkte Formel. Dabei spielt die Zerlegung eines Sektors in Dreieck und Segment eine Rolle.

5.) Ist der Zentriwinkel des Kreissektors ein rechter, gilt die Beziehung $\boxed{s = \sqrt{2r^2}}$

6.) Das Dreieck, das wir aus dem Sektor berechnen müssen, um die Segmentfläche zu ermitteln kann gleichseitig, gleichschenkelig oder rechtwinkelig sein, oft sogar rechtwinkelig gleichschenkelig.

Das Dreieck ist auf jeden Fall gleichschenkelig, da ja 2 Seiten durch den Radius gleich sind. Rechtwinkelig ist natürlich ein Spezialfall.

7.) $d = 2r$ ist die längst mögliche Kreissehne. Sie bestimmt einen Halbkreis.

8.) Nur ein Halbkreis ein spezielles Kreissegment.

Ein Viertelkreis ist ein spezieller **Kreissektor mit einem Zentriwinkel von 90 Grad**

9.) Der Flächeninhalt des Viertelkreises beträgt $A = \frac{r^2 \cdot \pi}{4}$

Dieser Flächeninhalt ist der 4.Teil der Kreisflächenformel.

Diese Formel leitet sich auch aus der Formel des Sektors ab, wenn wir $\alpha = 90^0$ einsetzen.

10.)

Der Umfang des Kreissektors ist die Summe aus **Bogen und 2 mal dem Radius** des Kreises.

11.) Der Umfang des Kreissegments ist die **Summe aus dem Bogen und der Sehne** des Kreises

Ü2

Argumentiere und interpretiere anhand eines einfachen Herleitungsbeweises wie du die Formel für die **Bogenlänge eines Kreises** erhältst. Mache genaue Skizzen!

Ganzer Kreis: $u = 2r\pi$ durchlaufe Kreis 1mal $\alpha = 360^0$ ->$b = 2r\pi$

Halbkreis durchlaufe Hälfte $\alpha = 180^0$ $b = \frac{2r\pi}{2} = r\pi$

Viertelkreis durchlaufe Hälfte $\alpha = 90^0$ $b = \frac{2r\pi}{4} = \frac{r\pi}{2}$

Für $\alpha = 1^0$ durchlaufe 360-ten Teil $\frac{2r\pi}{360} = \frac{r\pi}{180}$-> Für α Grade: $\frac{r\pi}{180} \cdot \alpha$

Die Bogenlängenformel für den Kreis lautet nun also

$$b = \frac{r\pi}{180} \cdot \alpha$$

Ü3

Leite aus der Bogenlängenformel allgemein die Formel für den **Zentriwinkel** her

$$\frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi} = \alpha$$

Berechne nun den Zentriwinkel wenn b= 52.82570594 m und r = 29,3 m gegeben sind.

$$\alpha = 103{,}3^0$$

Ü4

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$r = 193{,}22$$

Ü5

Zwischen welchen beiden Formeln besteht ein direkter Zusammenhang (d.h. die eine ist aus der anderen direkt ableitbar)??

$$A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360} \Leftrightarrow \quad A = \frac{b \cdot r}{2}$$

Flächeninhalt des Kreissektors

$$b = \frac{r\pi}{180} \cdot \alpha \Rightarrow \qquad A = \frac{\frac{r\pi}{180} \cdot r}{2} \Rightarrow A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$$