Mathe Leuchtturm
Übungsleuchtturm 001
=Übungskapitel

Übergangsklasse & 4.Kl.

Wurzeln

Die Wurzel - Kompetenzen
Potenzen und Wurzeln

Erforderlicher Wissensstand *(->Stoffübersicht im Detail siehe auch* ***Wissensleuchtturm*** *der 4.Klasse)*

Definition der Wurzel als Umkehroperation zum Potenzieren
partielles Wurzelziehen und Unter-die Wurzel-Bringen
Rechenregeln für Wurzeln: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Definitionen zur Wurzel: Zusammenhänge und Grundeigenschaften erkennen

Übungsbeispiele zu

partielles Wurzelziehen und Unter-die Wurzel-Bringen
Rechenregeln für Wurzeln: Add,Subtr,Multi,Division

Lösungen findest du ab Seite 9

1.)
Ergänze:
Die n-te Wurzel aus einer nicht-negativen Zahl a ist jene nicht-negative Zahl b

……

2.)
Schreibe allgemein die n-te Wurzel aus einer nicht-negativen Zahl a an
und gib die genauen **Bezeichnungen (Namen der Definitionen) für a, b und n an.**

3.)
Ergänze:
Das Potenzieren ist die ……………….. des Wurzelziehens.

4.)
Inwiefern hängt der Begriff der Wurzel überhaupt mit dem Begriff der Potenz und damit mit dem Begriff der Hochzahl zusammen? **Anleitung:** *Die Wurzel ist als Potenz umzuschreiben*
Erkläre und gib eine Formel an.

5.) Wie gibst du $\sqrt[3]{7}$ in den **Taschenrechner** (neuestes Modell TI 30X-A… und pro) ein??

6.) Ergänze, erkläre diese beiden Formeln in Worten und gib ein Beispiel an.

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = ...$ $\sqrt[n]{a^n} = ...$

Was ergibt $\left(\sqrt[n]{a^n}\right)^n$?

7.)
Gib an, ob die Behauptungen zur folgenden Formel **richtig sind**:
Kreuze richtige Behauptungen an!

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

5-1) Die Voraussetzung der Formel *ist, dass n eine ganze Zahl ist*
5-2) a darf auch 0 sein.

5-3) m kann keine negative ganze Zahl sein.
5-4) m kann auch 0 sein.

Rechnen mit Wurzeln

Partielles Wurzelziehen- Unter die Wurzel bringen

1.)
Schreibe den vor der Wurzel stehenden Faktor unter die Wurzel
Gib dann nach Berechnung an, ob es sich um eine **wahre oder falsche** Aussage handelt.
(stelle falsche Aussagen richtig)

1-0) $14\sqrt{5} = \sqrt{980}$

1-1) $6h\sqrt{8} = \sqrt{288h^2}$

1-1-1) $17e^2 f^3 \sqrt{3} = \sqrt{867e^4 f^5}$

1-2) $9\sqrt{5g^2} = \sqrt{45g^2}$

1-3) $14\sqrt{5} = \sqrt{980}$

1-4) $4 \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{320}$

1-5) $11m^2 \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3993m^6} = \sqrt[3]{(11m^2)^3 \cdot 3}$

a) $4x\sqrt{3y} = \sqrt{48x^2 y}$

b) $4\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{16} = 2.5198$

c) $\frac{4}{7} \cdot \sqrt{\frac{49}{2}} = \sqrt{14}$

d) $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{27}{100}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = 0{,}1732$

2.) Wurde richtig überlegt und gerechnet??? Überprüfe die einzelnen Schritte!!!!

*Ziehe partiell die Wurzel, **ohne den Taschenrechner** zur Hilfe zu nehmen (also nicht von der Angabe weg einfach auszurechnen mit dem TR)*
Kreuze richtige Behauptungen an!

1-0) $\sqrt{2700} = \sqrt{3 \cdot 900} = 30\sqrt{3} = 51{,}9615... =$

1-1) $\sqrt{450} = \sqrt{45 \cdot 10}$
->beide Faktoren unter der Wurzel sind keine Quadratzahlen, ich kann die Wurzel daher nicht partiell ziehen !!

a) $\sqrt{750} = \sqrt{75 \cdot 10} = \sqrt{3 \cdot 25 \cdot 10} = 3\sqrt{5 \cdot 10}$
b) $\sqrt{288k^3w^4e^5} = 144\sqrt{k^{1,5} \cdot w^2 \cdot e^{2,5}}$
c) $\sqrt{24a^2b} = 2a\sqrt{6b}$
d) $\sqrt[3]{40a^5b^4c^2} = 2ab \cdot \sqrt[3]{5a^2bc^2}$

Die Quadratwurzel- Rechnen mit Wurzeln

3.)
Löse **ohne** Taschenrechner!
Schreibe, wo möglich, dann **anders** nach den Rechenregeln für Wurzeln (Formel) und vereinfache!

a) $\left(\sqrt{455}\right)^2 =$
b) $\left(\sqrt{37^2}\right) =$

Gib die allgemeinen Formeln für a) und b) an!!!

c) $\sqrt{0^2} =$
d) $\sqrt{-677} =$
e) $\left(\sqrt{398{,}97}\right)^2$ wie in a) !!

4.) Löse *ohne Taschenrechner*! Begründe deine Lösung! Denke an die Quadratzahlen!!

a) $\sqrt{0{,}64} =$ b) $\sqrt{0{,}0196} =$

5.) Berechne *mittels Taschenrechner*! Achte auf deine Eingabe!

a) $\sqrt{8957} =$

Kreuze an, wenn richtig:

Das Ergebnis ist eine rationale Zahl ☐ **eine irrationale Zahl** ☐

eine reelle Zahl ☐

b) $\sqrt{9459{,}313081} =$

Kreuze an, wenn richtig!

Das Ergebnis ist eine rationale Zahl ☐ **eine irrationale Zahl** ☐

eine reelle Zahl ☐

6.) **Kreuze an, wenn richtig:!**

Die ***Seitenlänge a*** eines Quadrats mit dem Flächeninhalt

a) $A = 345744 FE$ ist a = 588 LE ☐

b) $A = 501{,}625609 FE$ ist a =22.37 LE ☐

7.) Gilt das ***partielle (teilweise) Wurzelziehen*** bezüglich der **<u>Addition und Subtraktion???</u>**

= Extra-unter-die Wurzel-Schreiben der beiden Summanden aus der Wurzel einer Summe bzw. Minuend und Subtrahend aus der Wurzel der Differenz

Addition Ja ☐ nein ☐

Subtraktion Ja ☐ nein ☐

Schreibe eine allgemeine (Un)gleichheit an.

Setze nun zwei frei gewählte Zahlen ein und beweise deine Behauptung.

8.) Gilt ***das partielle (teilweise) Wurzelziehen*** bezüglich der **<u>Multiplikation ???</u>**
= Extra-unter-die Wurzel-Schreiben der beiden Faktoren aus der Wurzel eines Produkts

Ja ☐ nein ☐

Schreibe eine allgemeine (Un)gleichheit an.
Setze nun die unten angegebenen Zahlen ein und beweise deine Behauptung.

a) $a = 81 \;\; b = 121$
b) $a = 256 \;\; b = 144$

8A) Gilt ***das partielle (teilweise) Wurzelziehen*** bezüglich der **<u>Division ???</u>**
_ *= Extra-unter-die Wurzel-Schreiben von Zähler (Dividend) und Nenner (Divisor) aus der Wurzel eines Bruchs (Quotienten)*

Ja ☐ nein ☐

9.) Wurde richtig überlegt und gerechnet, wenn der Text wie unten lautet???
Überprüfe die einzelnen Schritte!!!!

Schreibe die beiden Faktoren aus der Wurzel eines Produkts extra-unter-die Wurzel – vereinfache dann ***ohne Taschenrechner****.*
Rechne dann mit dem *TR auf eine 2.Art (ohne partiellem Wurzelziehen)* aus

a) $\sqrt{49 \cdot 225} =$ $\sqrt{49 \cdot 225} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{225} = 7 \cdot 15 = 105$
$\sqrt{49 \cdot 225} = \sqrt{11025} = 105$

Setze dann fort für b-d und 10.) :

b) $\sqrt{484 \cdot 289} =$
c) $\sqrt{196c^2} =$
d) $\sqrt{b^4 \cdot 81} =$

10.)
a) $\sqrt{225 \cdot f^4 \cdot g^2} =$
b) $\sqrt{j^6 \cdot 196 \cdot h^8} =$
c) $\sqrt{x^{12}} \cdot \sqrt{y^{10}} \cdot \sqrt{2966{,}9809} =$
d) $\sqrt{729} \cdot \sqrt{a^2 \cdot b^4} =$
e) $\sqrt{1971{,}36v^{12}} \cdot \sqrt{d^4 \cdot 25} =$
f) $\sqrt{y^6 z \cdot 169w^2} =$

Lösungen

Mathe Leuchtturm
Übungsleuchtturm 001
=Übungskapitel

1.)
Ergänze:
Die n-te Wurzel aus einer nicht-negativen Zahl a ist jene nicht-negative Zahl b,
deren n-te Potenz a ist.

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a \qquad a, b \in R_0^{\,+} \quad n \in N$$

2.)
Schreibe die n-te Wurzel aus einer nicht-negativen Zahl a an
und gib die genauen **Bezeichnungen (Namen) für a, b und n an.**

$$\sqrt[n]{a} \qquad a \text{........} Radikand \quad a \in R_0^{\,+} \quad n \text{...........} Wurzel\exp onent \quad n \in N$$

3.)
Ergänze:
Das Potenzieren ist die **Umkehroperation** des Wurzelziehens.

4.)
Inwiefern hängt der Begriff der Wurzel überhaupt mit dem Begriff der Potenz und damit mit dem Begriff der Hochzahl zusammen? Erkläre und gib eine Formel an.

Jede Wurzel kann als Potenz mit einem gebrochen rationalen Exponenten (Radikand als Basis) geschrieben werden. (Wurzel in Form einer Hochzahl) „Wurzel als Potenz“

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \qquad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a \in R_0^{\,+} \quad n \in N \; ohne\, 0 \quad m \in Z$$

5.) Wie gibst du $\sqrt[3]{7}$ in den **Taschenrechner (** TI 30X-A und pro) ein??

3 2nd $\sqrt[x]{\;}$ 7 Doppelpfeil enter = 1,912931183

6.) Ergänze, erkläre diese beiden Formeln in Worten und gib ein Beispiel an.

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ Hochzahl „hebt sich mit Wurzelexponent weg „

$\sqrt[n]{a^n} = a$

Hochzahl der Potenz des Radikanden und Wurzelexponent heben sich weg

Bsp: $\left(\sqrt[3]{6}\right)^3 = 6$ $\sqrt[4]{f^4} = f$

$\left(\sqrt[n]{a^n}\right)^n = a^n$

7.)
Gib an, ob die Behauptungen zur folgenden Formel **richtig sind**:
Kreuze richtige Behauptungen an!

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

5-1) Die Voraussetzung der Formel *ist, dass n eine ganze Zahl ist*
falsch-eine natürliche ohne 0

5-2) a darf auch 0 sein. ***X richtig*** $a \in R_0^+$

5-3) m kann keine negative ganze Zahl sein. falsch- auch negative! $m \in Z$

5-4) m kann auch 0 sein. ***X richtig*** $m \in Z$

Rechnen mit Wurzeln

Partielles Wurzelziehen- Unter die Wurzel bringen

1)

Falsche Aussagen sind eingerahmt und bereits richtiggestellt!!!!
Wahre Aussagen (Richtiges) bleiben unverändert stehen.

1-0) $14\sqrt{5} = \sqrt{980}$

1-1) $6h\sqrt{8} = \sqrt{288h^2}$

1-1-1) $\boxed{17e^2 f^3\sqrt{3} = \sqrt{867e^4 f^6}}$

1-2) $\boxed{9\sqrt{5g^2} = \sqrt{405g^2} = 9g\sqrt{5}}$

1-3) $14\sqrt{5} = \sqrt{980}$

1-4) $4 \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{320}$

1-5) $11m^2 \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3993m^6} = \sqrt[3]{(11m^2)^3 \cdot 3}$

a) $4x\sqrt{3y} = \sqrt{48x^2 y}$

b) $4\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{16} = 2.5198$

c) $\boxed{\frac{4}{7} \cdot \sqrt{\frac{49}{2}}} = \boxed{\sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2.828}$

d) $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{27}{100}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = 0{,}1732$

2.) Wurde richtig gedacht und gerechnet??? Überprüfe die einzelnen Schritte!!!!

Ziehe partiell die Wurzel, ohne den Taschenrechner zur Hilfe zu nehmen

1-0) $\sqrt{2700} = \sqrt{3 \cdot 900} = 30\sqrt{3} = 51{,}9615... =$ **X richtig**

1-1) $\sqrt{450} = \sqrt{45 \cdot 10}$ ->beide Faktoren unter der Wurzel sind keine Quadratzahlen, ich kann die Wurzel daher nicht partiell ziehen!!

falsch es muss anders zerlegt werden
$\sqrt{450} = \sqrt{45 \cdot 10} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2} = 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 15\sqrt{2}$

a) $\sqrt{750} = \sqrt{75 \cdot 10} = \sqrt{3 \cdot 25 \cdot 10} = 3\sqrt{5 \cdot 10}$ **falsch**
$\sqrt{750} = \sqrt{75 \cdot 10} = \sqrt{3 \cdot 25 \cdot 10} = 5\sqrt{3 \cdot 10} = 5\sqrt{30}$

b) $\sqrt{288k^3w^4e^5} = 144\sqrt{k^{1,5} \cdot w^2 \cdot e^{2,5}}$ **falsch**
Hochzahlen der Radikanden werden nicht einfach halbiert, 144 wurde falsch vor die Wurzel gezogen und alle Potenzen und Variable vor der Wurzel fehlen
$\sqrt{288k^3w^4e^5} = \sqrt{2 \cdot 144 \cdot k^3 \cdot w^4 \cdot e^5} = 12kw^2\sqrt{2k \cdot e^4 \cdot e} = 12kw^2e^2\sqrt{2k \cdot e}$

c) $\sqrt{24a^2b} = 2a\sqrt{6b}$ **X richtig**

d) $\sqrt[3]{40a^5b^4c^2} = 2ab \cdot \sqrt[3]{5a^2bc^2}$ **X richtig**

3.) a) $\left(\sqrt{455}\right)^2 = 455$ $\sqrt{455} \cdot \sqrt{455} = 455$ $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$

b) $\left(\sqrt{37^2}\right) = 37$ $\sqrt{37 \cdot 37} = \sqrt{37} \cdot \sqrt{37} = 37$ $\left(\sqrt{a^2}\right) = \sqrt{a \cdot a} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$

c) 0

d) in R- den reellen Zahlen nicht lösbar!!!!

e) 398,97- siehe a) !!

4.) a) 0,8 weil $(0{,}8)^2 = 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}64$ b) 0,14

5.) Berechne *mittels Taschenrechner*! Achte auf deine Eingabe!

a) $\sqrt{8957} = 94.641428560647\ldots$

Kreuze an, wenn richtig:!

Das Ergebnis ist eine rationale Zahl **eine irrationale Zahl** **X richtig**

eine reelle Zahl **X richtig**

b) $\sqrt{9459{,}313081} = 97.259$

Kreuze an, wenn richtig:!

Das Ergebnis ist eine rationale Zahl **X richtig** **eine irrationale Zahl**

eine reelle Zahl **X richtig**

6.) **Kreuze an, wenn richtig:!**

Die ***Seitenlänge a*** eines Quadrats mit dem Flächeninhalt

a) $A = 345744FE$ a = 588 LE **X richtig**

b) $A = 501{,}625609\,FE$ $\boxed{\text{a} = 22.397 \text{ LE falsch}}$

7.) partielles (teilweises) Wurzelziehen bezüglich der Addition- ***gilt nicht!!!!!***

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

z B $\sqrt{14+12} \neq \sqrt{14} + \sqrt{12}$

partielles (teilweises) Wurzelziehen bezüglich der Subtraktion- ***gilt nicht!!!!!***

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

z B $\sqrt{98-36} \neq \sqrt{98} - \sqrt{36}$

8.) partielles (teilweises) Wurzelziehen bezüglich der Multiplikation ***<u>-gilt!!!!</u>***

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

a) $\sqrt{81 \cdot 121} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{121} = 9 \cdot 11 = 99$

$\sqrt{81 \cdot 121} = \sqrt[2]{9801} = 99$

b) wie a) 192

9.) a) $\sqrt{49 \cdot 225} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{225} = 7 \cdot 15 = 105$

$\sqrt{49 \cdot 225} = \sqrt{11025} = 105 \rightarrow$ 105=105

Es wurde korrekt gerechnet

b) 374

c) 16c

d) $9b^2$

10.) a) $\sqrt{225 \cdot f^4 \cdot g^2} = \sqrt{225} \cdot \sqrt{f^4} \cdot \sqrt{g^2} = 15f^2g$

b) $14h^4j^3$

c) $\sqrt{x^{12}} \cdot \sqrt{y^{10}} \cdot \sqrt{2966{,}9809} = \sqrt{x^{12} \cdot y^{10} \cdot 2966{,}9809} = 54{,}47x^6y^5$

d) $27ab^2$

e) $5 \cdot 44{,}4v^6d^2 = 222v^6d^2$

f) $13wy^3 \cdot \sqrt{z}$