

Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm

016

Potenzen
Teil3

=Übungskapitel

Multiplizieren und Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis

Erforderlicher Wissensstand (->Stoffübersicht im Detail und know-how-Theorie ->siehe auch Wissensleuchtturm der UE-und 3.Kl.)

Kenntnis des Begriffs der Potenz

Ordnen und Zusammenfassen von Grundpotenzen (Multiplikation von Variablen oder Zahlen, die zu Potenzen führen)

Zusammenfassen einer Addition oder Subtraktion von Potenzen (mit gemischten Gliedern)

Regeln für das Multiplizieren und Dividieren von Potenzen gleicher Basis

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Training für das Multiplizieren und Dividieren von Potenzen gleicher Basis

Üben von schrittweisem richtigen Zusammenfassen nach den Potenzregeln

(in Weiterführung in einer Addition oder Subtraktion mit gemischten Gliedern)

Herleiten von Formeln

Alle Formeln, Erklärungen (S 30)und Musterbeispiele (S 25) zu diesem Übungsleuchtturm findest du wie gewohnt hier im Lösungsteil (ab S 14)!! Die entsprechende Musterbeispielnummer ist bei den Beispielen angemerkt.

Du solltest für optimales schrittweises Lernen in diesem Leuchtturm mit der Seite 1 beginnen und dann der Reihe nach weiter vorgehen. (da Formeln aufsteigend wiederholend entwickelt werden)

Lösungen findest du ab Seite 14

Beachte den Theorieteil (Wissen) ab Seite 30 -mit Musterbeispielen ab Seite 25 !

Multiplizieren von Potenzen gleicher Basis

Einstiegsüberlegung:

Ü*

Versuche, die **Formel für die Multiplikation von Potenzen gleicher Basis** selbst herzuleiten.

Dies ist nicht schwer.-nach dem Wissen aus dem Übungsleuchtturm Nr.014...befolge genau die Fragen und Anweisungen!

Zu berechnen ist

$$w^4 \cdot w^3 =$$

Zerlege w^4 in ein **Produkt!**

Zerlege w^3 in ein Produkt!

Multipliziere nun die beiden Produkte!!

Wie lautet dein Ergebnis???

Wie oft wurde w multipliziert? Schreibe das Ergebnis wieder in eine Potenz um!

Wie lautet der Exponent (Hochzahl) im Ergebnis?? Wie ist dieser zustande gekommen, wenn du die Angabe $w^4 \cdot w^3$ betrachtest?

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

Bemerkung und kleine Hilfe für obige Aufgabe, um die Formel herzuleiten:

Alle Feststellungen gelten analog für **Zahlen** als Basen. Diese sind am Ende dann wieder mit dem Taschenrechner berechenbar. (siehe Lösungsteil am Ende!)

Beispiel: $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9 = 19683$

$$3^4 \cdot 3^5 = 81 \cdot 243 = 19683$$

Bemerkung: sind die Basen **nicht gleich**, also ungleich, so kann bei Zahlen einfach (nur) das Ergebnis mit dem TR oder TI N spire ausgerechnet=gelöst werden. Bei ungleichen Variablen als Basen ist dann kein Vereinfachen mehr möglich!!!

Beispiel: $3^4 \cdot 2^5 = 81 \cdot 32 = 2592$

$b^4 \cdot w^3 =$ "ENDE" nicht mehr vereinfachbar

Welche Aussage(n) treffen /trifft zu? Streiche die falschen Sätze und hebe den/die richtige(n) hervor!

1.) Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert**, indem nur ihre Hochzahlen (Exponenten) **multipliziert** werden. Die Basis bleibt im Ergebnis unverändert

2.) Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert**, indem nur ihre Hochzahlen (Exponenten) **addiert** werden. Die Basis bleibt im Ergebnis unverändert.

3.) Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert**, indem ihre Basen multipliziert, ihre Hochzahlen (Exponenten) **addiert** werden

4.) Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert**, indem ihre Basen addiert, die Hochzahlen (Exponenten) **addiert** werden

5.) $a^x \cdot a^y = (a \cdot a)^{x+y} \quad x, y \in \mathbb{Z}^+$

6.) $a^x \cdot a^y = (a \cdot a)^{x \cdot y} \quad x, y \in \mathbb{Z}^+$

7.) $a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad x, y \in \mathbb{Z}^+$

Übungsbeispiele zu Multiplizieren von Potenzen gleicher Basis

Ü- Teil-01

größtenteils mit Variablen als Basen ->Weiterführung mit Addition (Vorkommen in Summanden)

Markiere die richtige(n) Lösung(en)!

Mehrfache Lösungen innerhalb einer Beispielnummer sind möglich (oft ist es nur eine andere Art die Lösung zu schreiben)!

Die Buchstaben der aneinandergereihten richtigen Lösungen ergeben chronologisch ein Lösungswort!!!

Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!

Ü1 $w^{36} \cdot w^{17} =$

$w \cdot w^{53} \dots\dots\dots E$

$w^{53} \dots\dots\dots L$

$w \cdot w^{36 \cdot 17} \dots\dots\dots G$

$w^{36 \cdot 17} \dots\dots\dots K$

Ü2 $e^{19} \cdot e^2 =$

$e^{38} \dots\dots\dots I$

$ee^{21} \dots\dots\dots L$

$e^{192} \dots\dots\dots B$

$e^{21} \dots\dots\dots E$

Ü3 $r^0 \cdot r^{131} =$

$r^0 \dots\dots\dots H$

$1 \dots\dots\dots L$

$0 \dots\dots\dots R$

$r^{131} \dots\dots\dots U$

Ü4- $5r^{12} \cdot r^{337} \cdot r^{14} \cdot 33 =$

$165r^{363} \dots\dots\dots C$

$5 \cdot 33r \cdot r \cdot r^{363} \dots\dots\dots O$

$165r^{303} \dots\dots\dots M$

$165r^{373} \dots\dots\dots I$

$5 \cdot 33 \cdot r^{363} \dots\dots\dots H$

Ü5 $y^4 s^8 \cdot s^{26} \cdot 4 \cdot s^7 \cdot 87 \cdot s^{87} =$

$$348s^{128} + y^4 \dots\dots\dots A$$

$$348s^{128} y^4 \dots\dots\dots T$$

$$348s^{128} + y^4 \dots\dots\dots A$$

$$348s^{34} \cdot s^{94} y^4 \dots\dots\dots T$$

Ü6 $s^8 \cdot s^{26} \cdot 4^4 \cdot s^7 \cdot 87^2 \cdot s^{87} =$

$$s^{128} \cdot 4^4 \cdot 87^2 \dots\dots\dots U$$

$$s^{128} \cdot (4 \cdot 87)^{4+2} = s^{128} \cdot 348^6 \dots\dots\dots C$$

$$s^{128} \cdot (4 \cdot 87)^{4+2} = s^{128} \cdot 348^8 \dots\dots\dots E$$

$$1937664 s^{128} \cdot \dots\dots\dots R$$

Ü7 $s^8 y^4 + s^8 \cdot s^{26} \cdot 4 \cdot s^7 \cdot 87 \cdot s^{87} =$

siehe Musterbsp Nr.001

$$348s^{128} y^4 \dots\dots\dots A$$

$$348s^{136} y^4 \dots\dots\dots \ddot{A}$$

$$348s^{128} + s^8 y^4 \dots\dots\dots M$$

Ü8 $s^8 y^4 + s^8 \cdot y^4 + 4 \cdot s^7 \cdot 87 \cdot s^{87} =$

siehe Musterbsp Nr.002

$$(s^8 y^4 + s^8 y^4) + 348 \cdot s^{94} \dots\dots\dots W$$

$$2s^8 y^4 + 348 \cdot s^{94} \dots\dots\dots \ddot{A}$$

$$s^{16} y^8 + 348 \cdot s^{94} \dots\dots\dots \ddot{O}$$

$$\text{Ü9} \quad s^8 y^4 + (s^8 \cdot y^4 + 4 \cdot s^7) \cdot 7 \cdot s^7 =$$

siehe Musterbsp Nr.003

$$s^8 y^4 + (s^8 \cdot y^4 + 28 \cdot s^{14}) \dots\dots\dots G$$

$$7s^{15} y^4 + 28s^{14} + s^8 y^4 \dots\dots\dots R$$

$$7s^{7+8} y^4 + 28s^{49} + s^8 y^4 \dots\dots\dots P$$

$$7s^{7+8} y^4 + 28s^{7+7} + s^8 y^4 \dots\dots\dots T$$

$$\text{Ü10} \quad s^8 y^4 - s^8 \cdot y^4 - 4 \cdot s^7 \cdot 7 \cdot s^7 =$$

siehe Musterbsp Nr.004

$$sy - 28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots O$$

$$- 28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots E$$

$$- 28 \cdot s^{49} \dots\dots\dots H$$

$$\text{Ü11} \quad s^{14} y^4 - s^8 \cdot y^4 - 4 \cdot s^7 \cdot 7 \cdot s^7 =$$

siehe Musterbsp Nr.005

$$s^6 y - 28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots N$$

$$- 28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots T$$

$$s^{14} y^4 - s^8 \cdot y^4 - 28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots R$$

Ü- Teil-02mit Zahlen

Alianus Rhobertus ET hat auf seinem Planeten Exponens Numerus nur das Eingeben von Potenzen in ein Schummeltext-programm gelernt-viel zu wenig, die Mathematikschularbeit auf unserem Planeten Erde nun zu schreiben. Welche Fehler hat er gemacht?

Sind die angegebenen Lösungen richtig??? Streiche die falschen und stelle sie richtig!!!

Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!

$$\text{Ü1 } 2^9 \cdot 2^3 = 2^{27}$$

$$\text{Ü2 } 2^5 \cdot 2^3 = 4^{15}$$

$$\text{Ü3 } 2^9 \cdot 2^3 = 4096$$

$$\text{Ü4 } 13^2 \cdot 13^5 = 62748317$$

$$\text{Ü5 } 3^9 \cdot 3^{13} = 3^{22}$$

$$\text{Ü6 } 13^8 \cdot 0 \cdot 5^0 \cdot 13^4 = 13^{12}$$

$$\text{Ü7 } l^8 \cdot 17^5 \cdot l^{19} \cdot l^{14} \cdot 17^2 \cdot 17^3 = 1710l^{41}$$

$$\text{Ü8 } p^3 \cdot m^6 \cdot m^{17} \cdot 6m^4 \cdot p^{37} \cdot 6^9 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 6^4 p^7 = 72 \cdot 6^{13} p^{47} \cdot 6m^{27}$$

$$\text{Ü9 } g^0 g^7 h^4 \cdot 93h^{11} g^{11} = 93g^{18}h^{15}$$

Dividieren von Potenzen gleicher Basis

Einstiegsüberlegung:

Ü**

Versuche, die **Formel für die Division von Potenzen gleicher Basis** selbst herzuleiten.

Dies ist nicht schwer.- befolge genau die Fragen und Anweisungen!

Zu berechnen ist

$$c^8 : c^5 = \frac{c^8}{c^5} =$$

Zerlege c^8 im Zähler in ein Produkt!

Zerlege c^5 im Nenner in ein Produkt!

Kürze nun Zähler gegen Nenner!

Wie lautet dein Ergebnis??? „wie viele c bleiben über?“

Schreibe das Ergebnis wieder in eine Potenz um!

Wie lautet der Exponent (Hochzahl) im Ergebnis?? Wie ist dieser zustande gekommen, wenn du die Angabe betrachtetest?

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

Bemerkung und kleine Hilfe für obige Aufgabe, um die Formel herzuleiten:

Alle Feststellungen gelten analog für **Zahlen** als Basen. Diese sind am Ende dann wieder mit dem Taschenrechner berechenbar. (siehe Lösungsteil am Ende!)

Beispiel: $\frac{7^7}{7^4} = 7^{7-4} = 7^3 = 343$

$$\frac{7^7}{7^4} = \frac{823543}{2401} = 343$$

Bemerkung: sind die Basen **nicht gleich**, also ungleich, so kann bei Zahlen einfach das Ergebnis (nur) mit dem TR oder TI N spire ausgerechnet=gelöst werden. Bei ungleichen Variablen als Basen ist dann kein Vereinfachen mehr möglich!!!

Beispiel: $\frac{3^4}{2^5} = \frac{81}{32} = 2,53125$

$\frac{b^4}{w^3} = "ENDE"$ nicht mehr vereinfachbar

Ü***

Überlege:

Was passiert wenn Hochzahl der Potenz im Zähler niedriger ist als jene im Nenner???

z.B. : $\frac{g^{13}}{g^{17}}$

Übungsbeispiele zu Dividieren von Potenzen gleicher Basis

Normale Berechnungsbeispiele

Der Konzern PH Hulet Back-art hat eine neue Druckerpatrontinte, die jahrelang drucken kann, auf den Markt gebracht. Leider kann diese die mathematischen Sonderzeichen wie Potenzen nicht auf Papier bringen.....

Ü1 bis Ü9:

Ergänze die fehlenden leeren Passagen auf den punktierten Linien!

Schreibe zunächst „anders“-als Potenz- und rechne dann erst, wo es möglich ist, mit dem Taschenrechner aus: Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!

Ü1 $\frac{n^{18}}{n^{16}} = n^{18.....} = n^{.....}$ Achtung!!! Die Hochzahlen werden nicht dividiert!!!

Ü2 $\frac{r^{34}}{r^{31}} = r^{.....} =$

Ü3 $\frac{c^0}{c^{43}} = c^{.....-43} =$

Ü4 $\frac{x^{68}}{\frac{x^{16}}{x^{17}}} = \frac{x^{.....}}{x^{.....}} = x^{.....-33} =$

Ü5 $\frac{s^{13}}{s^9} : \frac{3}{4} = : \frac{3}{4} = \frac{s^4}{1} \bullet = \frac{4s^4}{3} = \frac{4}{3}$

Ü6 $\frac{7^8}{7^5} = 7^{8-5} = 7^3 =$

Ü7 $13^{14} : 13^6 : 13^2 : 13^4 = 13^{.....} =$

Ü8

Ergänze die fehlenden leeren Passagen!

Schreibe zunächst „anders“-als Potenz- und rechne dann erst, wo es möglich ist, mit dem Taschenrechner aus:

Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!

Berechne auf 2 Arten, idem du durchgehend Schritt für Schritt nach den Potenzregeln vorgehst!:

$$\frac{\frac{81^{76}}{81^2}}{\frac{81^{14}}{81^9}} = \text{siehe Musterbsp Nr.001}$$

Art 1:

$$\frac{\frac{81^{76}}{81^2}}{\frac{81^{14}}{81^9}} \Rightarrow \text{Doppelbruch auflösen} = \frac{81^{76} \cdot 81^9}{\dots\dots\dots} =$$

→ Zähler und Nenner getrennt ausrechnen (Hochzahlen addieren) →

$$\frac{81^{\dots\dots\dots}}{81^{\dots\dots\dots}} = \frac{\dots\dots\dots}{81^{16}} = 81^{\dots\dots\dots} = 81^{\dots\dots\dots}$$

Das Ergebnis lassen wir in Potenzschreibweise stehen. Es ist zu hoch für den TR, nur mit TI N

spire möglich, allerdings gibt es zu viele Stellen anzuschreiben!

Art 2:

$$\frac{81^{76}}{\frac{81^2}{81^{14}}} \Rightarrow \text{nach den Regeln der Potenzdivision den Zählerbruch und Nennerbruch getrennt ausrechnen}$$

$$\frac{81^9}{81^9} = \frac{81^{\dots\dots\dots}}{81^{\dots\dots\dots-9}} = \frac{81^{\dots\dots\dots}}{81^{\dots\dots\dots}} = 81^{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

Ü9

Berechne **auf 2 Arten** idem du durchgehend nach den Potenzregeln vorgehst!:

$$\frac{15^3 \cdot 3^7}{15^2 \cdot 3^5} = \text{siehe Musterbsp Nr.002}$$

1.) mit den Potenzregeln

2.) mit Kürzen als Beweis !(zerlege die Potenzen in Produkte, dann tust du dir leichter beim Kürzen)

1.) mit den Potenzregeln

$$\frac{15^3 \cdot 3^7}{15^2 \cdot 3^5} \Rightarrow \text{Zerlegen in ein Produkt zweier Brüche} = \frac{15^3}{15^2} \cdot \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = .$$

$$= \dots\dots\dots \cdot 3^{7-5} = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = 135$$

2.) mit Kürzen als Beweis !

$$\begin{aligned}
 \frac{15^3 \cdot 3^7}{15^2 \cdot 3^5} &\Rightarrow \text{Potenz in ein Produkt zerlegen} = \frac{\overset{\bullet}{\cdot} \dots \overset{\bullet}{\cdot} \overset{\bullet}{\cdot}}{15 \cdot 15 \cdot \dots} = \\
 &= \text{Wegstreichen (Kürzen) aller 3er und 15er im Nenner} \rightarrow \\
 &\rightarrow = \frac{15 \cdot 3 \cdot 3}{1} = 135
 \end{aligned}$$

Übungsleuchtturm

Lösungen

016

Zu berechnen ist

$$w^4 \cdot w^3 =$$

Zerlege w^4 in ein Produkt! $w \cdot w \cdot w \cdot w$

Zerlege w^3 in ein Produkt! $w \cdot w \cdot w$

Multipliziere nun die beiden Produkte!! $w \cdot w \cdot w \cdot w \cdot w \cdot w \cdot w$

Wie lautet dein Ergebnis???

Wie oft wurde w multipliziert? Schreibe das Ergebnis wieder in eine Potenz um!

7mal $w^4 \cdot w^3 = w^7$

Wie lautet der Exponent (Hochzahl) im Ergebnis?? Wie ist dieser zustande gekommen, wenn du die Angabe $w^4 \cdot w^3$ betrachtest?

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

$$\underline{4+3=7}$$

2 (oder mehrere) Potenzen deren **Basen gleich** sind, werden **multipliziert**, indem die **Hochzahlen (Exponenten) addiert werden.**

Dies funktioniert nur bei **gleichen** Basen!!!

welche Aussage(n) treffen /trifft zu?

Die richtigen Aussagen sind eingerahmt!!!

1.) Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert**, indem nur die Hochzahlen (Exponenten) **multipliziert** werden. Die Basis bleibt im Ergebnis unverändert

2.) Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert**, indem nur die Hochzahlen (Exponenten) **addiert** werden. Die Basis bleibt im Ergebnis unverändert.

3.) Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert**, indem die Basen multipliziert, die Hochzahlen (Exponenten) addiert werden

4.) Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert**, indem die Basen addiert, die Hochzahlen (Exponenten) addiert werden

5.) $a^x \cdot a^y = (a \cdot a)^{x+y} \quad x, y \in \mathbb{Z}^+$

6.) $a^x \cdot a^y = (a \cdot a)^{x \cdot y} \quad x, y \in \mathbb{Z}^+$

7.) $a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad x, y \in \mathbb{Z}^+$

Übungsbeispiele zu Multiplizieren von Potenzen gleicher Basis

Ü- Teil-01

größtenteils mit Variablen als Basen

Weiterführung mit Addition (Vorkommen in Summanden)

Markiere die richtige(n) Lösung(en)! Mehrfache Lösungen innerhalb einer Beispielnummer sind möglich (oft ist es nur eine andere Art die Lösung zu schreiben)! Die Buchstaben der aneinandergereihten richtigen Lösungen ergeben chronologisch ein Lösungswort!!!

Mehrfache Lösungen möglich

Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!

Ü1 $w^{36} \cdot w^{17} =$

$w \cdot w^{53} \dots\dots E$

$w^{53} \dots\dots L$

$w \cdot w^{36 \cdot 17} \dots\dots G$

$w^{36 \cdot 17} \dots\dots K$

Ü2 $e^{19} \cdot e^2 =$

$e^{38} \dots\dots I$

$ee^{21} \dots\dots L$

$e^{192} \dots\dots B$

$e^{21} \dots\dots E$

Ü3 $r^0 \cdot r^{131} =$

$r^0 \dots\dots H$

$1 \dots\dots L$

$0 \dots\dots R$

$r^{131} \dots\dots U$

Ü4- $5r^{12} \cdot r^{337} \cdot r^{14} \cdot 33 =$

$165r^{363} \dots\dots C$

$5 \cdot 33r \cdot r \cdot r^{363} \dots\dots O$

$165r^{303} \dots\dots M$

$165r^{373} \dots\dots I$

$5 \cdot 33 \cdot r^{363} \dots\dots H$

Ü5 $y^4 s^8 \cdot s^{26} \cdot 4 \cdot s^7 \cdot 87 \cdot s^{87} =$

$348s^{128} + y^4 \dots\dots A$

$348s^{128} y^4 \dots\dots T$

$348s^{128} + y^4 \dots\dots A$

$348s^{34} \cdot s^{94} y^4 \dots\dots T$

Ü6 $s^8 \cdot s^{26} \cdot 4^4 \cdot s^7 \cdot 87^2 \cdot s^{87} =$

$$\boxed{s^{128} \cdot 4^4 \cdot 87^2 \dots\dots\dots U}$$

$$s^{128} \cdot (4 \cdot 87)^{4+2} = s^{128} \cdot 348^6 \dots\dots\dots C$$

$$s^{128} \cdot (4 \cdot 87)^{4+2} = s^{128} \cdot 348^8 \dots\dots\dots E$$

$$\boxed{1937664 s^{128} \cdot \dots\dots\dots R}$$

Ü7 $s^8 y^4 + s^8 \cdot s^{26} \cdot 4 \cdot s^7 \cdot 87 \cdot s^{87} =$ *siehe Musterbsp Nr.001*

$$348 s^{128} y^4 \dots\dots\dots A$$

$$348 s^{136} y^4 \dots\dots\dots \ddot{A}$$

$$\boxed{348 s^{128} + s^8 y^4 \dots\dots\dots M}$$

Ü8 $s^8 y^4 + s^8 \cdot y^4 + 4 \cdot s^7 \cdot 87 \cdot s^{87} =$ *siehe Musterbsp Nr.002*

$$\boxed{(s^8 y^4 + s^8 y^4) + 348 \cdot s^{94} \dots\dots\dots W}$$

$$\boxed{2 s^8 y^4 + 348 \cdot s^{94} \dots\dots\dots \ddot{A}}$$

$$s^{16} y^8 + 348 \cdot s^{94} \dots\dots\dots \ddot{O}$$

Ü9 $s^8 y^4 + (s^8 \cdot y^4 + 4 \cdot s^7) \cdot 7 \cdot s^7 =$ *siehe Musterbsp Nr.003*

$$s^8 y^4 + (s^8 \cdot y^4 + 28 \cdot s^{14}) \dots\dots\dots G$$

$$\boxed{7 s^{15} y^4 + 28 s^{14} + s^8 y^4 \dots\dots\dots R}$$

$$7 s^{7+8} y^4 + 28 s^{49} + s^8 y^4 \dots\dots\dots P$$

$$\boxed{7 s^{7+8} y^4 + 28 s^{7+7} + s^8 y^4 \dots\dots\dots T}$$

Ü10 $s^8 y^4 - s^8 \cdot y^4 - 4 \cdot s^7 \cdot 7 \cdot s^7 =$ *siehe Musterbsp Nr.004*

$$s y - 28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots O$$

$$\boxed{-28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots E}$$

$$-28 \cdot s^{49} \dots\dots\dots H$$

$$\text{Ü11} \quad s^{14}y^4 - s^8 \cdot y^4 - 4 \cdot s^7 \cdot 7 \cdot s^7 =$$

siehe Musterbsp Nr.005

$$s^6y - 28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots N$$

$$- 28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots T$$

$$\boxed{s^{14}y^4 - s^8 \cdot y^4 - 28 \cdot s^{14} \dots\dots\dots R}$$

LEUCHTTURMWÄRTER

Ü- Teil-02*Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!***falsche Lösungen eingrahmt und richtiggestellt**

Ü1 $2^9 \cdot 2^3 = 2^{12}$ Hochzahlen werden addiert!!!!

Ü2 $2^5 \cdot 2^3 = 2^8$ Hochzahlen werden addiert!!!!

Ü3 $2^9 \cdot 2^3 = 4096$

Ü4 $13^2 \cdot 13^5 = 62748517$

Ü5 $3^9 \cdot 3^{13} = 3^{22}$

Ü6 $13^8 \cdot 0 \cdot 5^0 \cdot 13^4 = 0$

Ü7 $l^8 \cdot 17^5 \cdot l^{19} \cdot l^{14} \cdot 17^2 \cdot 17^3 = 17^{10} l^{41}$

Ü8 $p^3 \cdot m^6 \cdot m^{17} \cdot 6m^4 \cdot p^{37} \cdot 6^9 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 6^4 p^7 = 72 \cdot 6^{13} p^{47} \cdot 6m^{27}$

Ü9 $g^0 g^7 h^4 \cdot 93h^{11} g^{11} = 93g^{18} h^{15}$

Dividieren von Potenzen gleicher Basis

Einstiegsüberlegung:

Ü**

Versuche, die **Formel für die Division von Potenzen gleicher Basis** selbst herzuleiten.

Dies ist nicht schwer.- befolge genau die Fragen und Anweisungen!

Zu berechnen ist

$$c^8 : c^5 = \frac{c^8}{c^5} =$$

Zerlege c^8 im Zähler in ein Produkt!

Zerlege c^5 im Nenner in ein Produkt! $\frac{c^8}{c^5} = \frac{c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c}{c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c}$

Kürze nun Zähler gegen Nenner! $\frac{c^8}{c^5} = \frac{c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c}{c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c} = \frac{c \cdot c \cdot c}{1}$

Wie lautet dein Ergebnis??? „wie viele c bleiben über?“

Schreibe das Ergebnis wieder in eine Potenz um!

$$c \cdot c \cdot c = c^3$$

Wie lautet der Exponent (Hochzahl) im Ergebnis?? Wie ist dieser zustande gekommen, wenn du die Angabe betrachtest?

$$8-5=3$$

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

2 (oder mehrere) Potenzen deren Basen gleich sind, werden **dividiert**, indem die **Hochzahlen (Exponenten) subtrahiert werden.**

Ü***

Überlege:

Was passiert wenn die Hochzahl der Potenz im Zähler niedriger ist als jene im Nenner???

z.B. : $\frac{g^{13}}{g^{17}}$

Bsp.: $\frac{g^{13}}{g^{17}} = g^{13-17} = g^{-4}$ sprich: „g hoch Minus 4“

es gibt also auch negative Hochzahlen, sie werden dann in der 6.Klasse erst weiter ausgerechnet!!

Übungsbeispiele zu Dividieren von Potenzen gleicher Basis

Normale Berechnungsbeispiele

Ergänze die fehlenden leeren Passagen!

Schreibe zunächst „anders“-als Potenz- und rechne dann erst, wo es möglich ist, mit dem Taschenrechner aus:

Die Rechengänge mit den fehlenden Passagen sind vollständig angeführt.

Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!

Ü1 $\frac{n^{18}}{n^{16}} = n^{18-16} = n^2$ *Achtung!!! Die Hochzahlen werden nicht dividiert!!!*

Ü2 $\frac{r^{34}}{r^{31}} = r^{34-31} = r^3$

Ü3 $\frac{c^0}{c^{43}} = c^{0-43} = c^{-43}$

Ü4 $\frac{\frac{x^{68}}{x^{16}}}{x^{17}} = \frac{x^{68}}{x^{33}} = x^{68-33} = x^{35}$

Ü5 $\frac{s^{13}}{s^9} : \frac{3}{4} = s^4 : \frac{3}{4} = \frac{s^4}{1} \bullet \frac{4}{3} = \frac{4s^4}{3} = \frac{4}{3} s^4$

Ü6 $\frac{7^8}{7^5} = 7^{8-5} = 7^3 = 343$

Ü7 $13^{14} : 13^6 : 13^2 : 13^4 = 13^2 = 169$

Die Rechengänge mit den fehlenden Passagen sind vollständig angeführt

Ü8 Berechne auf 2 Arten, indem du durchgehend nach den Potenzregeln vorgehst!:

$$\frac{\frac{81^{76}}{81^2}}{\frac{81^{14}}{81^9}} = \text{siehe Musterbsp Nr.001}$$

Art 1:

$$\frac{\frac{81^{76}}{81^2}}{\frac{81^{14}}{81^9}} \Rightarrow \text{Doppelbruch auflösen} = \frac{81^{76} \cdot 81^9}{81^2 \cdot 81^{14}} =$$

→ Zähler und Nenner getrennt ausrechnen (Hochzahlen addieren) →

$$\frac{81^{76+9}}{81^{2+14}} = \frac{81^{85}}{81^{16}} = 81^{85-16} = 81^{69}$$

Das Ergebnis lassen wir in Potenzschreibweise stehen. Es ist zu hoch für den TR, nur mit TI N

spire möglich., allerdings gibt es zuviele Stellen anzuschreiben!

Art 2:

$$\begin{aligned} &\frac{\frac{81^{76}}{81^2}}{\frac{81^{14}}{81^9}} \Rightarrow \text{nach den Regeln der Potenzdivision den Zählerbruch und Nennerbruch getrennt ausrechnen} \\ &= \frac{81^{76-2}}{81^{14-9}} = \frac{81^{74}}{81^5} = 81^{74-5} = 81^{69} \end{aligned}$$

Die Rechengänge mit den fehlenden Passagen sind vollständig angeführt

$$\text{Ü9} \quad \frac{15^3 \cdot 3^7}{15^2 \cdot 3^5} =$$

Berechne **auf 2 Arten****1.) mit den Potenzregeln**

2.) mit Kürzen als Beweis ! (zerlege die Potenzen in Produkte, dann tust du dir leichter beim Kürzen)

1.) mit den Potenzregeln

$$\frac{15^3 \cdot 3^7}{15^2 \cdot 3^5} = \frac{15^3}{15^2} \cdot \frac{3^7}{3^5} = 15^{3-2} \cdot 3^{7-5} = 15^1 \cdot 3^2 = 15 \cdot 9 = 135$$

2.) mit Kürzen als Beweis !

$$\frac{15^3 \cdot 3^7}{15^2 \cdot 3^5} = \frac{15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{15 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \text{Wegstreichen aller 3er und 15er im Nenner}$$

$$\rightarrow = \frac{15 \cdot 3 \cdot 3}{1} = 135$$

Musterbeispiele**Musterbeispiele zur Multiplikation von Potenzen gleicher Basis****Musterbeispiel Nr.001 zu Ü7***Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!*

$$j^8 y^4 + j^8 \cdot j^{26} \cdot 4 \cdot j^7 \cdot 42 \cdot j^{37} =$$

Wir haben eine Summe, also Addition.

In den Summanden können wir (nur!) alle Potenzen multiplizieren, **deren Basen gleich** sind.

$$j^8 y^4 + j^8 \cdot j^{26} \cdot 4 \cdot j^7 \cdot 42 \cdot j^{37} = j^8 y^4 + j^{8+26+7+37} \cdot 4 \cdot 42 = j^8 y^4 + j^{78} \cdot 168 = j^8 y^4 + 168 j^{78}$$

Dies ist das Endergebnis. Nun können wir nicht mehr weiter vereinfachen!Im ersten Summand steht ein gemischtes Glied $j^8 y^4$ nicht mit j^{78} zusammenfassbar**Musterbeispiel Nr.002 zu Ü8***Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!*

$$e^8 f^5 + e^8 \cdot f^5 + 5 \cdot e^{10} \cdot 83 \cdot e^9 = 2e^8 f^5 + 5 \cdot e^{10} \cdot 83 \cdot e^9 = 2e^8 f^5 + 415e^{19}$$

Dies ist das Endergebnis. Nun können wir nicht mehr weiter vereinfachen!Im ersten Summand steht ein gemischtes Glied $e^8 f^5$ nicht mit e^{19} zusammenfassbar

Musterbeispiel Nr.003 zu Ü9*Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!*

$$s^8 y^4 + (s^8 \cdot y^4 + 4 \cdot s^7) \cdot 7 \cdot s^7 =$$

Da eine Multiplikation mit einer Addition in Klammer vorliegt, müssen wir das

Verteilungsgesetz anwenden!!!!

$$s^8 y^4 + (s^8 \cdot y^4 + 4 \cdot s^7) \cdot 7 \cdot s^7 = s^8 y^4 + s^8 \cdot y^4 \cdot 7 \cdot s^7 + 4 \cdot s^7 \cdot 7 \cdot s^7 =$$

In jedem der 3 Summanden fassen wir alle Potenzen gleicher Basis multiplizierend zusammen

$$= 7s^{15}y^4 + 28s^{14} + s^8y^4$$

Musterbeispiel Nr.004 zu Ü10*Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!*

$$s^8 y^4 - s^8 \cdot y^4 - 4 \cdot s^7 \cdot 7 \cdot s^7 =$$

Da die beiden ersten Glieder in Basen und Hochzahlen gleich sind, können sie subtrahiert werden, was Null ergibt. (das Multiplikationszeichen im 1.Glied muss ja nicht gesetzt werden)

Übrig bleibt nur mehr das dritte Glied, in dem die Faktoren mit gleichen Potenzen multiplizierend zusammengefasst werden können.

$$s^8 y^4 - s^8 \cdot y^4 - 4 \cdot s^7 \cdot 7 \cdot s^7 = 0 - 28 \cdot s^{14} = -28 \cdot s^{14}$$

Musterbeispiel Nr.005 zu Ü11

Berechne, fasse soweit als möglich zusammen. Schreibe auch als Potenz!!!

$$s^{14}y^4 - s^8 \cdot y^4 - 4 \cdot s^7 \cdot 7 \cdot s^7 =$$

Das 3.Glied können wir nach den Regeln des Multiplizierens von Potenzen gleicher Basis vereinfachend weiter zusammenfassen.

$$s^{14}y^4 - s^8 \cdot y^4 - 4 \cdot s^7 \cdot 7 \cdot s^7 = s^{14}y^4 - s^8 \cdot y^4 - 28 \cdot s^{14}$$

Da nun in keinem der 3 Glieder alle Basen und Hochzahlen gleich sind, können sie **nicht subtrahiert** werden!!!! (das Multiplikationszeichen im 1.Glied muss ja nicht gesetzt werden)

Wir können nicht mehr weiter vereinfachen!!!!

Musterbeispiele zur Division von Potenzen gleicher Basis

Musterbeispiel Nr.001 zu Ü8- Division

Berechne auf 2 Arten, idem du durchgehend Schritt für Schritt nach den Potenzregeln vorgehst!:

$$\frac{77^{66}}{\frac{77^4}{\frac{77^{13}}{77^7}}} =$$

Art 1:

$$\frac{77^{66}}{\frac{77^4}{\frac{77^{13}}{77^7}}} \Rightarrow \text{Doppelbruch auflösen} = \frac{77^{66} \cdot 77^7}{77^4 \cdot 77^{13}} =$$

→ Zähler und Nenner getrennt ausrechnen (Hochzahlen addieren) →

$$\frac{77^{66+7}}{77^{4+13}} = \frac{77^{73}}{77^{17}} = 77^{73-17} = 77^{56}$$

Das Ergebnis lassen wir in Potenzschreibweise stehen. Es ist zu hoch für den TR, nur mit TI N

spire möglich, allerdings gibt es zu viele Stellen anzuschreiben!

Art 2:

$$\begin{aligned} \frac{77^{66}}{\frac{77^4}{\frac{77^{13}}{77^7}}} &\Rightarrow \text{nach den Regeln der Potenzdivision den Zählerbruch und Nennerbruch getrennt ausrechnen} \\ &= \frac{77^{66-4}}{77^{13-7}} = \frac{77^{62}}{77^6} = 77^{62-6} = 77^{56} \end{aligned}$$

Beachte, dass alle Basen für diese Lösung gleich sein müssen!!!!

Musterbeispiel Nr.002 zu Ü9- Division

$$\frac{37^9 \cdot 9^{17}}{37^5 \cdot 9^8} =$$

Berechne **auf 2 Arten****1.) mit den Potenzregeln**

2.) mit Kürzen als Beweis !(zerlege die Potenzen in Produkte, dann tust du dir leichter beim Kürzen)

1.) mit den Potenzregeln

$$\frac{37^9 \cdot 9^{17}}{37^5 \cdot 9^8} = \frac{37^9}{37^5} \cdot \frac{9^{17}}{9^8} = 37^{9-5} \cdot 9^{17-8} = 37^4 \cdot 9^9 = 1874161 \cdot 387420489 = 726088371084729$$

2.) mit Kürzen als Beweis !

$$\frac{37^9 \cdot 9^{17}}{37^5 \cdot 9^8} = \frac{\underbrace{37 \cdot \dots \cdot 37}_{9\text{mal}} \cdot \underbrace{9 \cdot \dots \cdot 9}_{17\text{mal}}}{37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9} = \text{Wegstreichen aller 37er und 9er im Nenner}$$

$$= \frac{37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot \underbrace{9 \cdot \dots \cdot 9}_{8\text{mal}}}{1} = 37^4 \cdot 9^9 = 726088371084729$$

später: beim Kürzen von Potenzen werden die Hochzahlen subtrahiert!

Theorieteil (->mehr Details in der entsprechenden Wissenschili)

Definition

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad x, y \in \mathbb{Z}^+$$

Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert**, indem die (ihre) Hochzahlen (Exponenten) **addiert** werden.

$$\text{Bsp.: } f^9 \cdot f^8 = f^{9+8} = f^{17}$$

Bemerkung:

Alle Feststellungen gelten analog für Zahlen als Basen. Diese sind am Ende dann wieder mit dem Taschenrechner berechenbar. (siehe Lösungsteil am Ende!)

$$\text{Beispiel: } 3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9 = 19683$$

Ohne eine Formel zur Vereinfachung für die Multiplikation zweier Potenzen mit gleicher Basis zu kennen, könntest du natürlich Potenzen mit Zahlenbasen gleich ausrechnen und extra multiplizieren.

$$\text{Beispiel: } 3^4 = 81 \quad 3^5 = 243 \quad \Rightarrow 3^4 \cdot 3^5 = 81 \cdot 24 = 19683$$

Treten mehrere Potenzen gleicher Basis in einem Produkt als Faktoren auf, so gilt die Regel analog. Alle Exponenten werden addiert.

$$r^{12} \cdot r^{37} \cdot r^{14} = r^{12+37+14} = r^{63} = \underbrace{r \cdot \dots \cdot r}_{63\text{mal}}$$

Der Taschenrechner und **Computer-algebraprogramme wie TI Nspire** rechnen in der Grundeingabe (im Allgemeinen) Potenzrechnungen wie z.B. $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9 = 19683$ gleich als eine Zahl im Ergebnis aus

$$3^4 \cdot 3^5$$

$$19683$$

Mit gewissen Sonderbefehlen wie dem factor-befehl können aber auch Vereinfachungen in der gewünschten Potenzschreibweise dargestellt werden!

$$\text{factor}(3^4 \cdot 3^5)$$

$$3^9$$

Hier sehen wir schön die Vielfältigkeit des Programms.

Näheres lies dazu bitte in der entsprechenden TI Nspire Übungschili Nr.011 zu Eingabe von Potenzen nach!

Definition

$$a^x : a^y = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad a \neq 0 \quad x, y \in \mathbb{Z}^+$$

Potenzen mit gleicher Basis werden **dividiert**, indem die Hochzahlen (Exponenten) **subtrahiert** werden.

$$\text{Bsp.: } g^{17} : g^{13} = \frac{g^{17}}{g^{13}} = g^{17-13} = g^4$$

Bemerkung:

Alle Feststellungen gelten analog für **Zahlen** als Basen. Diese sind am Ende dann wieder mit dem Taschenrechner berechenbar. (siehe Lösungsteil am Ende!)

$$\text{Beispiel: } \frac{4^{13}}{4^5} = 4^8 = 65536$$

Was passiert wenn die Potenz im Zähler niedriger ist als jene im Nenner???

$$\text{Bsp.: } \frac{g^{13}}{g^{17}} = g^{13-17} = g^{-4} \quad \text{sprich: „g hoch Minus 4“}$$

es gibt also auch negative Hochzahlen, sie werden dann in der 6.Klasse erst weiter ausgerechnet!!

$$\text{Bsp.: } \frac{g^{13}}{g^{17}} = g^{13-17} = g^{-4} \quad \text{sprich: „g hoch Minus 4“}$$

es gibt also auch negative Hochzahlen, sie werden dann in der 6.Klasse erst weiter ausgerechnet!!

Hinweis: der TR rechnet natürlich nur mit Zahlen, nicht mit Variablen: $s^8 \cdot s^{26}$ kann er weder anzeigen noch ausrechnen

Potenzrechnungen wie z.B. $13^{13} \cdot 13^4$ rechnet er gleich als *eine Zahl im Ergebnis aus*, unser Modell zerlegt nicht als „Zwischenpotenz „= $13^{13+4} = 13^{17}$ er rechnet 13^{17} gleich „geheim“ aus. (kann aber das Ergebnis nicht in einer Zahl anzeigen!!)

Computeralgebraprogramme wie *TI Nspire* von Texas Instruments können dies sehr wohl: (und das Ergebnis in einer Zahl anzeigen!!) (wenn ein bestimmter Befehl „Faktorisieren“ eingesetzt wird)

Der Taschenrechner und Computeralgebraprogramme wie *TI Nspire* rechnen in der Grundeingabe (im Allgemeinen) Potenzrechnungen wie z.B. $\frac{4^{13}}{4^5} = 4^{13-5} = 4^8 = 65536$ gleich als eine Zahl ohne Potenzdarstellung im Ergebnis aus

$$\frac{4^{13}}{4^5} \qquad 65536$$

Mit gewissen Sonderbefehlen wie dem *factor*-und *expand*-befehl können aber auch Vereinfachungen in der gewünschten Potenzschreibweise dargestellt werden!

factor $\left(\frac{4^{13}}{4^5}\right)$	2^{16}
expand $\left(2^{16}\right)$	65536
expand $\left(\frac{4^{13}}{4^5}\right)$	65536

Hier sehen wir schön die Vielfältigkeit des Programms. Näheres lies dazu bitte im entsprechenden **TI Nspire Übungsleuchtturm Nr.011** zu [Eingabe von Potenzen](#) nach!

Zur Multiplikation von Potenzen (un)gleicher Basen

Beispiel: $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9 = 19683$

$$3^4 \cdot 3^5 = 81 \cdot 243 = 19683$$

Bemerkung: sind die Basen **nicht gleich**, also ungleich, so kann bei Zahlen einfach das Ergebnis (nur) mit dem TR oder TI N spire ausgerechnet=gelöst werden. Bei ungleichen Variablen als Basen ist dann kein Vereinfachen mehr möglich!!!

Beispiel: $3^4 \cdot 2^5 = 81 \cdot 32 = 2592$

$b^4 \cdot w^3 = "ENDE"$ nicht mehr vereinfachbar

Zur Division von Potenzen (un)gleicher Basen

Beispiel: $\frac{7^7}{7^4} = 7^{7-4} = 7^3 = 343$

$$\frac{7^7}{7^4} = \frac{823543}{2401} = 343$$

Bemerkung: sind die Basen **nicht gleich**, also ungleich, so kann bei Zahlen einfach das Ergebnis (nur) mit dem TR oder TI N spire ausgerechnet=gelöst werden. Bei ungleichen Variablen als Basen ist dann kein Vereinfachen mehr möglich!!!

Beispiel: $\frac{3^4}{2^5} = \frac{81}{32} = 2,53125$

$\frac{b^4}{w^3} = "ENDE"$ nicht mehr vereinfachbar