Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm 018

=Übungskapitel

Chill dein Wissen

über mathematische Kompetenzen

Potenzen-Grundkompetenzen

Teil 1

erforderlicher Wissensstand: **alle Übungsleuchttürme über Potenzen Nr.014 bis 017**

Addieren und Subtrahieren von Potenzen, Zusammenfassen

Multiplizieren von Potenzen gleicher Basis

Potenzieren eines Produkts und eines Quotienten

Potenzieren von Potenzen

Theorie: siehe Wissensleuchtturm der 3.&UE Klasse; sowie Theorieteil und Musterbeispiele in den Lösungsteilen der Übungsleuchttürme

Hier werden nun deine Kenntnisse über Potenzen getestet sowie dein Wissen über deren praktische Anwendung in Beispielen zur Verständnisförderung

Diese r Kompetenzleuchtturm eignet sich auch ideal für einen Wissenscheck in der Oberstufe! (5.,6.Kl.)

Lösungen findest du ab Seite 6

Die Aufnahmsprüfung für das Mathematikstudium am Base Numerus College für StudentInnen am Planeten Number Potentia besteht darin, Potenzbeispiele zu lösen.

Professor Bernard TI_Fibonaccy ist mit ca.2400 Prüfungsbögen total überlastet. Könnt ihr ihm helfen, zumindest einen Teil zu korrigieren? Kenntnisse der Mathematik auf Erden reichen aus….

Gib an, ob es sich um eine **wahre oder falsche Aussage handelt! (w. A. oder f. A.)**

Stelle *gegebenenfalls richtig und gib die entsprechend dazugehörigen Potenzregeln* an!

1.) $14x^4y^7 + 3x^4y^{11} = 17x^4y^{18}$

2.) $14x^4y^7 \cdot 3x^4y^{11} = 42x^{16}y^{77}$

3.) $14x^4y^7 - 3x^4y^6 = 11x^4y$

4.) $14x\ \ y^7 - 3x^4y^{11} = 11x^0y^{-4}$

5.) $\frac{x^0}{x^{11}} = x^{-11}$

6.) $\frac{g^{12}}{g^4} = g^3$

7.) $b^{34} : b^2 = b^{17}$

8.) $\frac{x^{10}}{y^2} = (\ x - y\ )^8$

9.) $\frac{x^{10}}{x^{10}} = 1^o = 1$

10.) $\frac{3^{10}}{3^2} = 1^8$

11.) $\frac{3^{10}}{3^2} = 3^8$

12.) $\frac{3^h}{3^i} = 3^{h-i}$

13.) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2}$

14.) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5}$

15.) $(3xz)^4 = 3x^4 z^4$

16.) $(6y^3 s)^2 = 6^2 y^5 s^2$

17.) $757^0 = 1$

18.) $4x^3 z^5 - z^4 = nicht \quad weiter \quad vere\inf achbar$

19.) $4s^6 t^3 \cdot t^4 = nicht \quad weiter \quad vere\inf achbar$

20.) $j^4 - j^5 = nicht \quad weiter \quad vere\inf achbar$

21.) $g^3 : g = nicht \quad weiter \quad vere\inf achbar$

22.) $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

23.) $x^{-3} \cdot x^{-2} = x^6$

24.) $4^{-3} : 4^{-2} = 4^{1,5}$

25.) $f^{-6} \cdot x^{-2} = fx^{-6-2}$

26.) $4^{-3} : 4^{-2} = 1^{-1}$

27.) $w^{-3} - w^{-2} = w^{-5}$

28.) $13w^{-3} - w^{-3} = 12w^{-3}$

29.) $c^3 + c^{-2} = c$

30.) $c^3 \cdot c^{-2} = c^{-6}$

31.) $2c^3 \cdot c^2 = 2c^5$

32.) $c^3 \cdot c^2 + c^2 = c^7$

33.) $c^3 \cdot c^2 + c^5 = 2c^5$

34.) $c^3 \cdot (\ c^2 + c^2 \ ) = 2c^5$

35.) $(\ c^3 \cdot c^2 \ ) + c^2 = c^5 + c^2 = c^2 \cdot (c^3 + c)$

36.) $\left(\frac{6}{4}\right)^4 = \frac{6^4}{256}$

37.) $\left(\frac{3r}{2}\right)^4 = \frac{3r^4}{16}$

38.) $(2w + x)^5 = 2 \ \ w^5 + x^5$

39.) $(2w + x)^5 = 2^5 w^5 + x^5$

40.) $(3e + x)^6 = (3e)^6 + x^6$

41.) $(2w \cdot x)^5 = 2^5 w^5 \cdot x^5$

42.) $(2w : x)^5 = 2^5 w^5 : x^5$

43.) $(2w - x)^5 = 5 \cdot (2w - x)$

44.) $12354^1 = 1 \cdot 12354$

45.) Potenzen mit ***verschiedenen Basen*** *können nur dann subtrahiert werden, wenn ihre* *Exponenten gleich* sind. (Gib ein Beispiel dazu an!)

46.) Potenzen mit ***gleichen Basen*** *können nur dann multipliziert werden*, wenn ihre *Exponenten gleich* sind. (Gib ein Beispiel dazu an!)

47.) Potenzen *mit* ***verschiedenen Basen*** (und gleichen/verschiedenen Exponenten)werden *multipliziert,* indem ihre *Exponenten addiert werden*. (Gib ein Beispiel dazu an!)

48.) Potenzen mit ***gleichen Basen*** *werden dividiert*, indem ihre *Exponenten subtrahiert* werden werden. (Gib ein Beispiel dazu an!)

49.) Bei der ***Division von Potenzen gleicher Basis*** darf im *Nenner kein größerer Exponent als im Zähler* sein. (Gib ein Beispiel dazu an!)

Teil 1 Potenzen-Grundkompetenzen

Lösungen

Gib an, ob es sich um eine **wahre oder falsche Aussage handelt! (w. A. oder f. A.)**

Stelle *gegebenenfalls richtig und gib die entsprechend dazugehörigen*

Potenzregeln an! wahre Aussagen… **w. A grün** falsche Aussagen… **f. A rot**

1.) $14x^4y^7 + 3x^4y^{11} = 17x^4y^{18}$ **f. A.**

nicht weiter vereinfachbar, da bei einer Addition *sowohl die Basen als auch die Exponenten* (=Hochzahlen) gleich sein müssen, um addieren zu können

2.) $14x^4y^7 \cdot 3x^4y^{11} = 42x^{16}y^{77}$ **f. A**

richtig wäre $\boxed{14x^4y^7 \cdot 3x^4y^{11} = 42x^8y^{18}}$

2 Potenzen gleicher Basis werden **multipliziert,** indem die **Hochzahlen** (**Exponenten)** **addiert** werden, nicht multipliziert.

3.) $14x^4y^7 - 3x^4y^6 = 11x^4y$ **f. A**

nicht weiter vereinfachbar, da bei einer Subtraktion **sowohl *die Basen als auch die Exponenten*** **(=Hochzahlen)** gleich sein müssen, um subtrahieren zu können

4.) $14x\ y^7 - 3x^4y^{11} = 11x^0y^{-4}$ **f. A**

nicht weiter vereinfachbar, da bei einer Subtraktion **sowohl *die Basen als auch die Exponenten*** **(=Hochzahlen**) gleich sein müssen, um subtrahieren zu können

5.) $\frac{x^0}{x^{11}} = x^{-11}$ **w. A**

$x^{0-11} = x^{-11}$

2 Potenzen ***gleicher Basis*** werden **dividiert**, indem die **Exponenten subtrahiert** werden. Der Exponent im Ergebnis kann auch negativ sein. $\boxed{\frac{a^k}{a^m} = a^{k-m}}$

6.) $\frac{g^{12}}{g^{4}} = g^{3}$ **f. A**

richtig wäre $\boxed{\frac{g^{12}}{g^{4}} = g^{12-4} = g^{8}}$

2 Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem die ***Exponenten subtrahiert*** werden, **nicht dividiert**

7.) $b^{34} : b^{2} = b^{17}$ **f. A**

richtig wäre $\boxed{b^{34} : b^{2} = b^{32}}$

2 Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem die **Exponenten subtrahiert** werden.

8.) $\frac{x^{10}}{y^{2}} = (\ x - y\ )^{8}$ **f. A**

nicht weiter vereinfachbar

2 **Potenzen *verschiedener Basis* können nicht dividiert** werden, selbst wenn die Exponenten gleich wären.

9.) $\frac{x^{10}}{x^{10}} = 1^{o} = 1$ **w. A**

$\frac{x^{10}}{x^{10}} = x^{10-10} = x^{o} = 1$ $\boxed{\frac{a^{k}}{a^{m}} = a^{k-m}}$

2 Potenzen gleicher Basis werden *dividiert*, indem die Exponenten **subtrahiert** werden.

Der Ausdruck ergibt 1, weil sich Zähler und Nenner wegkürzen. 1 hoch null ergibt 1 *weil jede Zahl hoch null 1 ergibt.*

10.) $\frac{3^{10}}{3^2} = 1^8$ **f. A**

richtig wäre: $\boxed{\frac{3^{10}}{3^2} = 3^{10-2} = 3^8}$

2 Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem die Exponenten **subtrahiert** werden. Die ***Basis wird niemals dividiert***, bleibt **gleich!**

11.) $\frac{3^{10}}{3^2} = 3^8$ **w. A**

2 Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem die **Exponenten subtrahiert** werden. Die *Basis* bleibt gleich

12.) $\frac{3^h}{3^i} = 3^{h-i}$ **w. A**

$\boxed{\frac{a^k}{a^m} = a^{k-m}}$

2 Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem die **Exponenten *subtrahiert*** werden.

13.) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2}$ **w. A**

Ein Quotient (Bruch)wird potenziert, indem ***Zähler und Nenner extra*** potenziert werden. $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$

14.) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5}$ **w. A**

Quadrieren eines Ausdrucks/Bruchs bedeutet, **diesen mit sich selbst zu multiplizieren**

15.) $(3xz)^4 = 3x^4z^4$ **f. A**

richtig wäre: $\boxed{(3xz)^4 = 3^4x^4z^4}$

Ein Produkt wird ***potenziert***, indem ***jeder einzelne Faktor*** **potenziert** wird.
Damit wird auch der 3er potenziert!!!!

$\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$ $\boxed{(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^{\cdot n} \cdot c^n}$

16.) $(6y^3s)^2 = 6^2y^5s^2$ **f. A**

richtig wäre: $\boxed{(6y^3s)^2 = 6^2y^6s^2}$

Eine Potenz wird potenziert, indem die Hochzahlen **multipliziert** werden.

$\boxed{(y^k)^p = y^{k \cdot p}}$

Ein Produkt wird potenziert, indem *jeder einzelne Faktor* potenziert wird.

$\boxed{(x^k \cdot y^m)^p = x^{k \cdot p} \cdot y^{m \cdot p}}$

17.) $757^0 = 1$ **w. A**

jede Zahl hoch null ergibt 1

18.) $4x^3z^5 - z^4 = nicht \quad weiter \quad vere\inf achbar$ **w. A**

nicht weiter vereinfachbar, da bei einer Subtraktion sowohl *die **Basen als auch die Exponenten*** (=Hochzahlen) **beider Variablen gleich** sein müssen, um subtrahieren zu können

19.) $4s^6t^3 \cdot t^4 = nicht \quad weiter \quad vereinfachbar$ **f. A**

richtig wäre: $\boxed{4s^6t^3 \cdot t^4 = 4s^6 \cdot t^{4+3} = 4s^6t^7}$

Es können die beiden t-Potenzen miteinander multipliziert werden nach der Regel:
2 Potenzen gleicher Basis werden **multipliziert**, indem die **Exponenten addiert** werden

$$\boxed{a^k \cdot a^m = a^{k+m}}$$

20.) $j^4 - j^5 = nicht \quad weiter \quad vereinfachbar$ **w. A**

nicht weiter vereinfachbar, da bei einer Subtraktion sowohl *die **Basen als auch die Exponenten*** (=Hochzahlen) **beider Variablen gleich** sein müssen, um subtrahieren zu können

21.) $g^3 : g = nicht \quad weiter \quad vereinfachbar$ **f. A**

richtig wäre: $\boxed{g^3 : g = \frac{g^3}{g^1} = g^{3-1} = g^2}$

2 Potenzen **gleicher Basis** werden dividiert, indem die **Exponenten subtrahiert** werden. $\boxed{\frac{a^k}{a^m} = a^{k-m}}$

22.) $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ **w. A**

nach der Formel $\boxed{x^{-n} = \frac{1}{x^n}}$

23.) $x^{-3} \cdot x^{-2} = x^{6}$ **f. A**

richtig wäre: $\boxed{x^{-3+(-2)} = x^{-5}}$

2 Potenzen gleicher Basis werden **multipliziert,** indem die **Hochzahlen** (**Exponenten) addiert** werden. Der Exponent ist negativ, daher muss mit negativen Zahlen gerechnet werden.

24.) $4^{-3} : 4^{-2} = 4^{1,5}$ **f. A**

richtig wäre: $\boxed{4^{-3} : 4^{-2} = 4^{-3-(-2)} = 4^{-3+2} = 4^{-1} = \frac{1}{4^{1}}}$

2 Potenzen **gleicher Basis** werden dividiert, indem die **Exponenten subtrahiert** werden. $\boxed{\frac{a^{k}}{a^{m}} = a^{k-m}}$ Der Exponent ist negativ, daher muss mit negativen Zahlen gerechnet werden. **Dabei ist auf das Vorzeichen minus zu achten, das zu Plus wird.**

25.) $f^{-6} \cdot x^{-2} = fx^{-6-2}$ **f. A**

richtig wäre **nicht weiter vereinfachbar**

nicht weiter vereinfachbar, da die Hochzahlen (Exponenten) verschieden (nicht gleich) sind.

26.) $4^{-3} : 4^{-2} = 1^{-1}$ **f. A**

richtig wäre: $\boxed{4^{-3} : 4^{-2} = 4^{-3-(-2)} = 4^{-3+2} = 4^{-1}}$

2 Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem die Hochzahlen=**Exponenten subtrahiert** werden. Die Hochzahlen können auch negativ sein. **Die Basis bleibt immer gleich**.

27.) $w^{-3} - w^{-2} = w^{-5}$ **f. A.**

richtig wäre **nicht weiter vereinfachbar**

nicht weiter vereinfachbar, da bei einer Subtraktion **sowohl *die Basen als auch die Exponenten* (=Hochzahlen) beider Variablen gleich** sein müssen, um subtrahieren zu können. Die Hochzahlen können auch negativ sein

28.) $13w^{-3} - w^{-3} = 12w^{-3}$ **w. A**

bei einer Subtraktion müssen **sowohl *die Basen als auch die Exponenten* (=Hochzahlen) beider Variablen gleich** sein, um subtrahieren zu können. Die Hochzahlen können auch negativ sein

29.) $c^3 + c^{-2} = c$ **w. A**

richtig wäre: **nicht weiter vereinfachbar**

nicht weiter vereinfachbar, da bei einer Addition *sowohl die Basen als auch die Exponenten* (=Hochzahlen) gleich sein müssen, um addieren zu können

30.) $c^3 \cdot c^{-2} = c^{-6}$ **f. A**

richtig wäre $c^3 \cdot c^{-2} = c^{3+(-2)} = c^{3-2} = c^1$

2 Potenzen gleicher Basis werden **multipliziert,** indem die **Hochzahlen** (**Exponenten) addiert** werden. Ein Exponent ist negativ, daher muss mit negativen Zahlen gerechnet werden.

31.) $2c^3 \cdot c^2 = 2c^5$ **w. A**

2 Potenzen gleicher Basis werden multipliziert, indem die **Exponenten addiert** werden

$$\boxed{a^k \cdot a^m = a^{k+m}}$$

32.) $c^3 \cdot c^2 + c^2 = c^7$ **f. A**

richtig wäre $\boxed{c^3 \cdot c^2 + c^2 = c^5 + c^2}$

Achtung! Es gilt die „Punkt vor Strich-Regel“

dann nicht weiter vereinfachbar, da bei einer Addition *sowohl die Basen als auch die Exponenten* (=Hochzahlen) gleich sein müssen, um addieren zu können

33.) $c^3 \cdot c^2 + c^5 = 2c^5$ **w. A**

$c^3 \cdot c^2 + c^5 = c^5 + c^5 = 2c^5$

Zunächst **gilt die „Punkt vor Strich-Regel“**

Dann kann c^5 addiert werden, weil bei einer Addition *sowohl die Basen als auch die Exponenten* (=Hochzahlen) gleich sein müssen, um addieren zu können

34.) $c^3 \cdot (\ c^2 + c^2\ ) = 2c^5$ **w. A**

$c^3 \cdot (\ c^2 + c^2\ ) = c^3 \cdot 2c^2 = 2c^5$

Nach dem Verteilungsgesetz für die Multiplikation!!!!!

35.) $(\ c^3 \cdot c^2\ ) + c^2 = c^5 + c^2 = c^2 \cdot (c^3 + c)$ **f. A**

Der erste Teil der Rechnung *ist zwar richtig*, der zweite aber falsch. *Es wurde nicht richtig herausgehoben!!!!!* $(\ c^3 \cdot c^2\ ) + c^2 = c^5 + c^2 = c^2 \cdot (c^3 + 1)$

36.) $\left(\frac{6}{4}\right)^4 = \frac{6^4}{256}$ **w. A**

Ein Quotient wird potenziert, indem ***Zähler und Nenner*** **potenziert** werden.

$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$ der Zähler wurde nur auspotenziert, der Nenner wurde auspotenziert *und dann noch ausgerechnet.*

37.) $\left(\frac{3r}{2}\right)^4 = \frac{3r^4}{16}$ **f. A**

richtig wäre $\boxed{\left(\frac{3r}{2}\right)^4 = \frac{3^4 r^4}{16} = \frac{81r^4}{16}}$

Ein Quotient wird potenziert, indem *Zähler und Nenner* potenziert werden.

$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$

Im Zähler muss *auch der Dreier* potenziert werden nach der Regel $\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$

38.) $(2w+x)^5 = 2\ \ w^5 + x^5$ **f. A**

$(2w+x)^5 = (2w+x)\cdot(2w+x)(2w+x)(2w+x)(2w+x)$

Eine Summe oder Differenz wird nicht so leicht gliedweise potenziert!

Die Klammer wird ***5 mal mit sich selbst multipliziert***. Das Ergebnis kann niemals ein nur 2 gliedriger Term sein!!!!!

später:

Bedenke: schon bei den binomischen Formeln mit Hoch 2 gibt es ein mittleres Glied!

$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$.

Hier haben wir noch eine viel höhere Potenz, nämlich 5!

39.) $(2w+x)^5 = 2^5 w^5 + x^5$ **f. A**

Eine Summe oder Differenz wird nicht so leicht gliedweise potenziert!

$(2w+x)^5 = (2w+x)\cdot(2w+x)(2w+x)(2w+x)(2w+x)$

Die Klammer wird ***5 mal mit sich selbst multipliziert***. Das Ergebnis kann niemals ein nur 2 gliedriger Term sein!!!!!

Eine Summe oder Differenz wird nicht so leicht gliedweise potenziert!

später:

Bedenke: schon bei den binomischen Formeln mit Hoch 2 gibt es ein mittleres Glied!

$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$.

Hier haben wir noch eine viel höhere Potenz, nämlich 5!

40.) $(3e+x)^6 = (3e)^6 + x^6$ **f. A**

Eine Summe oder Differenz wird nicht so leicht gliedweise potenziert!

$(3e+x)$ wird 6mal mit sich selbst multipliziert!!!!! siehe 38)

später:

Bedenke: schon bei den binomischen Formeln mit Hoch 2 gibt es ein mittleres Glied!

$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$.

Hier haben wir noch eine viel höhere Potenz, nämlich 6!

41.) $(2w \cdot x)^5 = 2^5 w^5 \cdot x^5$ **w. A**

Ein Produkt wird potenziert, indem ***jeder einzelne Faktor*** **potenziert** wird.

$\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$ $\boxed{(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n}$

42.) $(2w : x)^5 = 2^5 w^5 : x^5$ **w. A**

Ein Quotient wird **potenziert, indem *Dividend und Divisor* potenziert** werden.

$\boxed{(a : b)^n = a^n : b^n}$ $\boxed{(a \cdot b \cdot c)^n = a^n : b^n : c^n}$

43.) $(2w-x)^5 = 5 \cdot (2w-x)$ **f. A**

$(2w-x)^5 = (2w-x) \cdot (2w-x)(2w-x)(2w-x)(2w-x)$

5 mal mit sich selbst multipliziert , aber nicht mal 5!!!

44.) $12354^1 = 1 \cdot 12354$ **w. A**

45.) Potenzen mit *verschiedenen Basen können nur dann subtrahiert werden, wenn ihre* *Exponenten gleich* sind. (Gib ein Beispiel dazu an!) **f. A**

BSP: $w^6 - v^6$ hier sind zwar die Exponenten gleich, aber wir können trotzdem nicht subtrahieren! Bei einer Subtraktion müssen sowohl *die Basen als auch die Exponenten* (=Hochzahlen) gleich sein, um subtrahieren zu können

46.) Potenzen mit *gleichen Basen können nur dann multipliziert werden*, wenn ihre *Exponenten gleich* sind. (Gib ein Beispiel dazu an!) **f. A**

BSP: $w^6 \cdot w^6 = w^{12}$ aber auch $w^6 \cdot w^7 = w^{13}$!!!!!!

47.) Potenzen *mit verschiedenen Basen* (und gleichen/verschiedenen Exponenten)werden ***multipliziert,*** indem ihre *Exponenten addiert* werden. (Gib ein Beispiel dazu an!) **f. A**

BSP: $e^5 \cdot w^5 = nicht\ weiter\ vereinfachbar$ $e^5 \cdot w^6 = nicht\ weiter\ vereinfachbar$

Die *Exponenten* ***können niemals bei verschiedenen Basen*** *addiert werden*.

48.) Potenzen mit *gleichen Basen werden* ***dividiert***, indem ihre *Exponenten subtrahiert* werden (Gib ein Beispiel dazu an!) **w. A**

BSP: $w^4 : w^2 = \frac{w^4}{w^2} = w^{4-2} = w^2$ $\boxed{\frac{a^k}{a^m} = a^{k-m}}$

49.) Bei der *Division von Potenzen gleicher Basis* darf im ***Nenner kein größerer Exponent*** als *im Zähler* sein. (Gib ein Beispiel dazu an!) **f. A**

$$\frac{w^{10}}{w^{14}} = w^{10-14} = w^{-4} = \frac{1}{w^4}$$

Das Ergebnis kann auch eine ***negative Hochzahl*** beinhalten.