# *Mathe Leuchtturm*

# Übungsleuchtturm 022

**=Übungskapitel**

**Chill dein Wissen**

# Binomische Formeln-Grundkompetenzen

## *..und Potenzen*

***..mit genauesten Erklärungen im Lösungsteil!!***

**erforderlicher Wissensstand:**
**Übungsleuchttürme**
**Nr.020: Multiplizieren von Binomen**
**Nr.021 Binomische Formeln**
**alle Übungsleuchttürme über Potenzen Nr.014 bis 017**
*Regel für das Ausmultiplizieren zweier Binome- „Produktklammern"(2 Arten)->"jedes Glied mit jedem"*
***Die Binomischen Formeln- Anwendung der Formel; Einsetzen in die Formeln***

**folgende Kapitel müssen schon „claro" sein:**
Addieren und Subtrahieren von Potenzen, Zusammenfassen
Multiplizieren von Potenzen gleicher Basis
Potenzieren eines Produkts und eines Quotienten
Potenzieren von Potenzen

***Theorie: siehe Wissensleuchtturm der 3.&UE Klasse; sowie Theorieteil und Musterbeispiele in den Lösungsteilen der Übungsleuchttürme***

***Hier werden nun deine Kenntnisse über Binomische Formeln im Zusammenhang mit Potenzen und Multiplizieren von Binomen getestet sowie dein Wissen über deren praktische Anwendung in Beispielen zur Verständnisförderung***

**Alle Formeln, Erklärungen und durchgerechnete Beispiele zu dieser Übungschili findest du wie gewohnt hier im Lösungsteil (ab Seite 11)!!**

**Lösungen findest du ab Seite 11**

## *Ü1*

*Gegeben ist der Term*

$(2d-5g)^2$.

Um den Ausdruck nach der Binomischen Formel auszurechnen, setzt du in

$(a-b)^2 = a$............................... $(ergänze!)$ ein und erhältst ein Ergebnis der Form

$\boxed{\quad\quad\quad 1}$ - $\boxed{\quad\quad}$ + $\boxed{\quad\quad\quad 2}$

*Ergänze die Worte im leeren Kästchen!*

***Rechne die Angabe nach der Formel aus.***

***Beweise nun die Gültigkeit der 2.Binomischen Formel***

**Wieso ist dein Ergebnis (durch Einsetzen in die Formel)richtig??**

**Beweise dies allgemein für das Ergebnis von** $(z-u)^2$

**und dann für das Ergebnis der konkreten Angabe** $(2d-5g)^2$

(kleiner Hinweis: Verfahre durch Andersschreiben der Angabe)

Begründe und argumentiere!!!

**Fasse deine Gedanken = den Argumentationsgang in Worten!!!**

*„was mache ich da überhaupt und warum???“*

## *Ü2*

*Gegeben ist der Term*

$$\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)^2$$

Um den Ausdruck nach der Binomischen Formel auszurechnen, setzt du in

$(a+b)^2 = a$............................... $(ergänze!)$ ein und erhältst ein Ergebnis der Form

$\boxed{\quad\quad\quad 1}$ + $\boxed{\quad\quad}$ + $\boxed{\quad\quad\quad 2}$

*Ergänze die Worte im leeren Kästchen!*

***Rechne die Angabe nach der Formel aus.***

***Beweise nun die Gültigkeit der 2.Binomischen Formel***

**Wieso ist dein Ergebnis (durch Einsetzen in die Formel) richtig??**

**Beweise dies allgemein für das Ergebnis von** $(w+x)^2$

**und dann für das Ergebnis der konkreten Angabe** $\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)^2$

(kleiner Hinweis: Verfahre durch Andersschreiben der Angabe)

Begründe und argumentiere!!!

**Fasse deine Gedanken = den Argumentationsgang in Worten!!!**

*„was mache ich da überhaupt und warum???“*

***Ü3***

*Diese Rechnungen schauen schwieriger aus als sie sind….überlege, warum!!!!*
*Schaue genau auf die Angabe und begründe!!*

***Schreibe die Angabe „anders" ohne zunächst in die Formel einzusetzen an!***
Vereinfache dann erst!

Begründe und argumentiere!!!
**Fasse deine Gedanken = den Argumentationsgang in Worten!!!**

1.)
$$(8b-9.2c)(8b-9.2c)-(8b-9.2c)^2-(8b-9.2c)^2+(8b-9.2c)^2-(b+c)(b-c)=$$

2.)

$$(8b-9.2c)(8b-9.2c)-(8b-9.2c)^2-(8b+9.2c)^2+(8b-9.2c)^2-(b+c)(b-c)=$$

## Ü4

***Berechne*** nach den **Binomischen Formeln** durch Einsetzen.

$(-q-e)^2 =$
$(-q+e)^2 =$

***Betrachte nun die beiden Ergebnisse. Was fällt dir auf?***
***Stelle Formeln auf und erkläre deine Feststellungen argumentierend in Worten!***

## Ü5 *(science fiction mathematica)*

***At Spock´s Algebra university lautet eine Prüfungsfrage:***

***Wie lautet der Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge*** $\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)$???

**Zusatz 1:**

**Welches Rechengesetz wendest du an, wenn du den Umfang *des Quadrats berechnest?***
***Berechne diesen Umfang und vereinfache soweit als möglich!***

**Zusatz 2:**

Für welche Termbelegung $v \in Z$ und $w \in Z$ wird der Wert des **quadrierten Terms**
$\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)$

**1) negativ?**
**2) positiv?**

***Ü6***

**Nach welcher Formel musst du das Ergebnis von** $(13s+3t)^2$ **quadrieren?? Beschreibe, wie du vorgehst.(***Hinweis: berechne also zuerst das Quadrat…)*

***Zu diesem Hintergrund gibt es übrigens einen lehrreichen Lerntext im Lösungsteil!***

***Ü7***

Formuliere die **3.binomische Formel** mit den Variablen $x \quad und \quad y$ .

Zeige im Sinne dieser Formel, wie du die Differenz aus
$1$ und $529$ $Sechshundertfünfundzwanzigstel\ s\ Quadrat$
**als Produkt von Linearfaktoren** $(x+y)\cdot(x-y)$ **schreiben kannst.**

(x und y musst du natürlich dementsprechend mit der hier passend geeigneten Variable bzw. Potenz belegen.)

***Ü8***

Formuliere die **3.binomische Formel** mit den Variablen $x \quad und \quad y$ .

Zeige im Sinne dieser Formel, wie du die Differenz zweier Terme $81b^6-29b^4$
**als Produkt von Linearfaktoren** $(x+y)\cdot(x-y)$ **schreiben kannst.**

(x und y musst du natürlich dementsprechend mit der hier passend geeigneten Variable bzw. Potenz belegen.)

***Ü9*** ***(lies nach der Angabe den Text im Kästchen unten!!)***

*Ändere in* $(x+y)^2$ den Ausdruck in der Klammer durch **Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung** so ab, sodass sich in der **Differenz** von $(x+y)^2$ mit *deinem abgeänderten Binom zum Quadrat* **Null** ergibt.

| |
|---|
| ***Anleitung für den Ansatz****: Aufgabe mit analogem Text, nur andere Variable-zum Textverständnis* |

*Ändere in* $(f+g)^2$ den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Differenz von $(f+g)^2$ mit deinem abgeänderten Binom zum Quadrat Null ergibt.

Setzen für $x := f \quad y := g$ **und probieren:**

$(f+g)^2 - (-f-g)^2 = 0\,?$ $\qquad (f+g)^2$ immer fix „vorne"

$(f+g)^2 - (-g+f)^2 = 0\,?$ usw. natürlich musst du die Klammern ausrechnen!

$(f+g)^2 - (g-f)^2 = 0\,?$

Dies bedeutet, du musst verschiedene Klammervarianten ausrechnend durchprobieren!

***Ü10*** ***(lies nach der Angabe den Text unten!!)***

***Ändere in*** $(x-y)^2$ **den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Differenz von** $(x-y)^2$ **mit deinem abgeänderten Binom zum Quadrat Null ergibt.**

***Anleitung für den Ansatz****: Aufgabe mit analogem Text, nur andere Variable-zum Textverständnis*

*Ändere in* $(f-g)^2$ den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Differenz von $(f-g)^2$ mit deinem abgeänderten Binom zum Quadrat Null ergibt.

Setzen für $x := f \quad y := g$ **und probieren:**

$(f-g)^2 - (-f-g)^2 = 0\,?$

$(f-g)^2 - (-g+f)^2 = 0\,?$ usw.

Dies bedeutet, du musst verschiedene Klammervarianten ausrechnend durchprobieren!

***Ü11*** ***(lies nach der Angabe den Text unten!!)***

***Ändere in*** $(x+y)^2$ **den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Summe von** $(x+y)^2$ **mit deinem abgeänderten Binom zum Quadrat** $2\cdot(x+y)^2 = 2x^2+4xy+2y^2$ **ergibt.**

***Anleitung für den Ansatz****: Aufgabe mit analogem Text, nur andere Variable-zum Textverständnis*

*Ändere in* $(f+g)^2$ den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Summe von $(f+g)^2$ und deinem abgeänderten Binom zum Quadrat $2\cdot(f+g)^2$ ergibt.

Setzen für $x := f \quad y := g$ **und probieren:**

$(f+g)^2+(-f-g)^2 = 2\cdot(f+g)^2\ ? = 2f^2+4fg+2g^2$

$(f-g)^2+(-g+f)^2 = 2\cdot(x+y)^2\ ?$ usw.

Dies bedeutet, du musst verschiedene Klammervarianten ausrechnend durchprobieren!

## *Ü12*

***Ändere in*** $(x-y)^2$ **den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Summe von** $(x-y)^2$ **mit deinem abgeänderten Binom zum Quadrat** $2\cdot(x+y)^2 = 2x^2+4xy+2y^2$ **ergibt.**

***Anleitung für den Ansatz**: Aufgabe mit analogem Text, nur andere Variable-zum Textverständnis*

*Ändere in* $(f-g)^2$ den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Summe von $(f-g)^2$ und deinem abgeänderten Binom zum Quadrat $2\cdot(f+g)^2$ ergibt.

Setzen für $x := f \quad y := g$ **und probieren:**

$$(f+g)^2+(-f-g)^2 = 2\cdot(f+g)^2\ ? = 2f^2+4fg+2g^2\ ?$$
$$(f-g)^2+(-g+f)^2 = 2\cdot(f+g)^2\ ? = 2f^2+4fg+2g^2\ ?$$ usw.

Dies bedeutet, du musst verschiedene Klammervarianten ausrechnend durchprobieren!

***Ü13***

***Kreuze die richtigen Antworten an. Stelle falsche Aussagen richtig!***
***Berechne, vergleiche und begründe!! Stelle Formeln auf, beschreibe wie du vorgehst.***
***Rechne beide Seiten des „=“ aus und begründe!***

**1.)** $4\cdot(c+z)^2=(4c+4z)^2$

**2.)** $4\cdot(c+z)^2=(4c)^2+(4z)^2$

**3.)** $4\cdot(c+z)^2=4c^2+4z^2$

**4.)** $4\cdot(c-z)^2=(4c-4z)^2$

**5.)** $4\cdot(c-z)^2=16c^2-16z^2$

**6.)** $4\cdot(c-z)^2=4c^2-4z^2$

**7.)** $4\cdot(c-z)^2=4(c-z)(c-z)$

**8.)** $4\cdot(c^2-z^2)=4(c-z)(c+z)$

**9.)** $4\cdot(c-z)^2=4(c-z)(-z+c)$

**10.)** $4\cdot(c\cdot z)^2=(4c\cdot 4z)^2$

**11.)** $4\cdot(c\cdot z)^2=(4c)^2\cdot(4z)^2$

**12.)** $4\cdot(c\cdot z)^2=4c^2\cdot 4z^2$

**13.)** $4\cdot(c^2+z^2)=4(c+z)(c+z)$

**14.)** $4\cdot(c^2+z^2)=4(c-z)(c+z)$

**15.)** $4\cdot(c^2+z^2)=4(c+z)^2$

## *Ü14*

***Zeige anhand einer einfachen Variablenbelegung, dass***

**1.)** $(h+u)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ergänze$ **gilt!**

**2.)** $(-h+u)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ergänze$ **gilt!**

**3.)** $(h-u)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ergänze$ **gilt!**

**4.)** $(-h-u)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ergänze$ **gilt!**

$h \in Z \qquad u \in Z$

| Wähle hier $h = -13 \qquad u = -17$ |
|---|

**Setze jeweils direkt in die hier angegebene allgemeine Formel ein und zeige, dass du links und rechts des „=“ dasselbe Ergebnis erhältst!**

**Beispiel:**

$$\boxed{(-h+u)^2 = (-h)^2 + 2\cdot(-h)\cdot u + u^2}$$

**Du setzt für h und u direkt die Zahlen ein und rechnest die linke und die rechte Seite aus!**

**!-->**

$$(-(-13)+(-17))^2 = (-(-13))^2 + 2\cdot(-(-13))\cdot(-17) + (-17)^2$$

…………………

…………………

$16 = 16 \quad w.A.$

**Lösungen 022**

# Übungsleuchtturm

**=Übungskapitel**

## *Ü1*

*Gegeben ist der Term*

$(2d-5g)^2$.

Um den Ausdruck nach der Binomischen Formel auszurechnen, setzt du in

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ein und erhältst ein Ergebnis der Form

$\boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)1}} - \boxed{\textbf{gemischtes Glied}} + \boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)2}}$

***Rechne die Angabe nach der Formel aus.***

$\boxed{(2d-5g)^2 = 4d^2 - 20dg + 25d^2}$

***Beweise nun die Gültigkeit der 2.Binomischen Formel***

**Wieso ist dein Ergebnis (durch Einsetzen in die Formel)richtig??**

**Beweise dies allgemein für das Ergebnis von** $(z-u)^2$

$(z-u)^2 = z^2 - 2zu + u^2$

$(z-u)^2 = (z-u)\cdot(z-u) =$

$\left(\overset{1}{z}\overset{2}{-u}\right)\cdot\left(\underset{3}{z}\underset{4}{-u}\right)$ **Ausmultiplizieren der beiden Binome**

$\boxed{1\bullet 3 + 1\bullet 4 + 2\bullet 3 + 2\bullet 4}$ **2.Art wäre:** $\boxed{1\bullet 3 + 2\bullet 3 + 1\bullet 4 + 2\bullet 4}$

$\left(\overset{1}{z}\overset{2}{-u}\right)\cdot\left(\underset{3}{z}\underset{4}{-u}\right) = z\cdot z + z\cdot(-u) + (-u)\cdot z + (-u)\cdot(-u) = z^2 - uz - uz - u^2 = z^2 - 2zu + u^2$

**und dann für das Ergebnis der konkreten Angabe** $(2d-5g)^2$
(kleiner Hinweis: Verfahre durch Andersschreiben der Angabe)

Begründe und argumentiere!!!

$(2d-5g)^2 = 4d^2 - 20dg + 25d^2$

$(2d-5g)^2 = (2d-5g)\cdot(2d-5g)$

$\boxed{1\bullet 3 + 1\bullet 4 + 2\bullet 3 + 2\bullet 4}$ **2.Art wäre:** $\boxed{1\bullet 3 + 2\bullet 3 + 1\bullet 4 + 2\bullet 4}$

$$\left(\overbrace{2d}^{1}\overbrace{-5g}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{2d}_{3}\underbrace{-5g}_{4}\right) = 2d\cdot 2d + 2d\cdot(-5g) + (-5g)\cdot 2d + (-5g)\cdot(-5g) =$$

$$= 4d^2 - 10dg - 10dg - 25g^2 = 4d^2 - 20dg + 25d^2$$

**Argumentationsgang in Worten:**

***Wir haben die Richtigkeit der Binomischen Formel durch Umschreiben des Quadratterms in ein Produkt und anschließendes Multiplizieren der beiden Binome bewiesen.***

**Ü2**

*Gegeben ist der Term*

$$\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)^2$$

Um den Ausdruck nach der Binomischen Formel auszurechnen, setzt du in $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ein und erhältst ein Ergebnis der Form

$\boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)1}} + \boxed{\textbf{gemischtes Glied}} + \boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)2}}$

***Rechne die Angabe nach der Formel aus.***

$$\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)^2 \rightarrow \textit{Beachte für } (Nummer1=1.Glied)^2:$$

$$\left(\frac{3}{4}f\right)^2=\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot f^2=\frac{3^2}{4^2}\cdot f^2=\frac{9}{16}f^2 \textit{ nach den Potenzregeln}$$

$$\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)^2=\frac{9f^2}{16}+\frac{9fi}{8}+\frac{9i^2}{16}=\frac{9}{16}f^2+\frac{9}{8}f\cdot i+\frac{9}{16}\cdot i^2$$

***Beweise nun die Gültigkeit der 2.Binomischen Formel***

**Wieso ist dein Ergebnis (durch Einsetzen in die Formel) richtig??**

**Beweise dies allgemein für das Ergebnis von** $(w+x)^2$

$$(w+x)^2=w^2+2wx+x^2$$
$$(w+x)^2=(w+x)\cdot(w+x)$$

$$\left(\overbrace{w}^{1}+\overbrace{x}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{w}_{3}+\underbrace{x}_{4}\right)$$ **Ausmultiplizieren der beiden Binome**

$\boxed{1\bullet3+1\bullet4+2\bullet3+2\bullet4}$ **2.Art wäre:** $\boxed{1\bullet3+2\bullet3+1\bullet4+2\bullet4}$

$$\left(\overbrace{w}^{1}+\overbrace{x}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{w}_{3}+\underbrace{x}_{4}\right)=w\cdot w+w\cdot x+x\cdot w+x\cdot x=w^2+wx+wx+x^2=w^2+2wx+x^2$$

**und dann für** **das Ergebnis der konkreten Angabe** $\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)^2$

Begründe und argumentiere!!!

$$\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)^2=\frac{9f^2}{16}+\frac{9fi}{8}+\frac{9i^2}{16}=\ \frac{9}{16}f^2+\frac{9}{8}f\cdot i+\frac{9}{16}\cdot i^2$$

$$\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)^2=\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)\cdot\left(\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\right)$$

$\boxed{1\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 3+2\bullet 4}$ **2.Art wäre:** $\boxed{1\bullet 3+2\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 4}$

$$\left(\overbrace{\frac{3}{4}f}^{1}+\overbrace{\frac{9}{12}i}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{3}{4}f}_{3}+\underbrace{\frac{9}{12}i}_{4}\right)=\frac{3}{4}f\cdot\frac{3}{4}f+\frac{3}{4}f\cdot\frac{9}{12}i+\frac{9}{12}i\cdot\frac{3}{4}f+\frac{9}{12}i\cdot\frac{9}{12}i=$$
$$=\frac{9}{16}f^2+\frac{27}{48}f\cdot i+\frac{27}{48}f\cdot i+\frac{81}{144}\cdot i^2=$$
$$=\frac{9}{16}f^2+\frac{54}{48}f\cdot i+\frac{81}{144}\cdot i^2=\longrightarrow kürzen\longrightarrow$$
$$=\frac{9}{16}f^2+\frac{9}{8}f\cdot i+\frac{9}{16}\cdot i^2$$

**Argumentationsgang in Worten:**

***Wir haben die Richtigkeit der Binomischen Formel durch Umschreiben des Quadratterms in ein Produkt und anschließendes Multiplizieren der beiden Binome bewiesen.***

## *Ü3*

*Diese Rechnung schaut schwieriger aus als sie ist....überlege, warum!!!!*
*Schaue genau auf die Angabe und begründe!!*
***Schreibe dann die Angabe „anders“ an!***

Berechne nach den Binomischen Formeln durch Einsetzen.
1.)

$$(8b-9.2c)(8b-9.2c)-(8b-9.2c)^2-(8b-9.2c)^2+(8b-9.2c)^2-(b+c)(b-c)=$$

***Das Produkt der ersten beiden Klammern lässt sich zur selben Binomischen 2.Formel wie jene quadrierte Klammer im 2.Glied zusammenfassen.***

$$(8.b-9.2c)(8.b-9.2c)=(8b-9.2c)^2$$

Somit hebt sich $(8.b-9.2c)(8.b-9.2c)-(8b-9.2c)^2$
$=(8b-9.2c)^2-(8b-9.2c)^2=0$ weg!!!

Vergleiche: $x=8b \quad y=9{,}2c$

$$(x-y)(x-y)-(x-y)^2=(x-y)^2-(x-y)^2$$
$$a=x-y\rightarrow a^2-a^2=0$$

***Da die nächsten beiden Klammern sich aufgrund der Vorzeichen aufheben,***
$-(8b-9.2c)^2+(8b-9.2c)^2=0$ ***bleibt nur mehr das letzte Produkt*** $(b+c)(b-c)$ ***über.***

***Dieses ist nach der 3.Binomischen Formel*** $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ ***leicht auszurechnen***
$(b+c)\cdot(b-c)=b^2-c^2$

Eine einfachere Möglichkeit, die Rechnung zu sehen.......

$$(x-y)(x-y)-(x-y)^2-(x-y)^2+(x-y)^2-(b+c)(b-c)=$$
$$setze\ a=x-y$$
$$\rightarrow a\cdot a-a^2-a^2+a^2-(b^2-c^2)=0-b^2+c^2=c^2-b^2$$

$$\boxed{\begin{aligned}&(8b-9.2c)(8b-9.2c)-(8b-9.2c)^2-(8b-9.2c)^2+(8b-9.2c)^2-(b+c)(b-c)=\\&=-(b^2-c^2)=c^2-b^2\end{aligned}}$$

2.)

$$(8b-9.2c)(8b-9.2c)-(8b-9.2c)^2-(8b+9.2c)^2+(8b-9.2c)^2-(b+c)(b-c)=$$

***Das Produkt der ersten beiden Klammern lässt sich zur selben Binomischen 2.Formel wie jene quadrierte Klammer im 2.Glied zusammenfassen.***

$$(8.b-9.2c)(8.b-9.2c)=(8b-9.2c)^2$$

Somit hebt sich $(8.b-9.2c)(8.b-9.2c)-(8b-9.2c)^2$

$=(8b-9.2c)^2-(8b-9.2c)^2=0$ weg!!!

Vergleiche: $x=8b \quad y=9{,}2c$

$$(x-y)(x-y)-(x-y)^2=(x-y)^2-(x-y)^2$$

$$a=x-y\rightarrow a^2-a^2=0$$

$(8b+9.2c)^2$ müssen wir nach der 1. Binomischen Formel berechnen. Da ein Minus vor der Klammer steht, müssen wir die **Vorzeichen des Ergebnisses ändern.**

$$-(8b+9.2c)^2=-(64b^2+147{,}2bc+84{,}64c^2)=-64b^2-147{,}2bc-84{,}64c^2$$

Da die nächste Klammer dasselbe Binom nur mit Minus enthält, also dieselbe Binomische Formel nur mit Minus darstellt, können wir die Einzelergebnisse der vorherigen Rechnung unter Berücksichtigung des Vorzeichens (wiederverwenden.

$$(8b+9.2c)^2=64b^2+147{,}2bc+84{,}64c^2$$

$$(8b-9.2c)^2=64b^2-147{,}2bc+84{,}64c^2$$

Das letzte Klammerprodukt ist nach der 3.Binomischen Formel $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$leicht auszurechnen!! . $(b+c)\cdot(b-c)=b^2-c^2$

Beachte dass das Minus vor dem Klammerprodukt die Vorzeichen des Ergebnisses ändert

$$-(b^2-c^2)=-b^2+c^2=c^2-b^2$$

$$\boxed{\begin{aligned}&(8b-9.2c)(8b-9.2c)-(8b-9.2c)^2-(8b+9.2c)^2+(8b-9.2c)^2-(b+c)(b-c)=\\&=-b^2-294{,}4bc+c^2\end{aligned}}$$

## Ü4

***Berechne*** nach den **Binomischen Formeln** durch Einsetzen.

1.) $(-q-e)^2 =$

2.) $(-q+e)^2 =$

***Betrachte nun die beiden Ergebnisse.   Was fällt dir auf?***
***Stelle Formeln auf und erkläre deine Feststellungen argumentierend in Worten!***

***1.)***

$(-q-e)^2 = (-q)^2 - 2\cdot(-q)\cdot e + e^2 = \longrightarrow Vorzeichenbeachtung \rightarrow = q^2 + 2qe + e^2$

$(-q)^2 = +q^2$ bei gerader Hochzahl wird das Minus zu Plus!

$q^2 + 2qe + e^2 würde\ aus\ (q+e)^2 = (e+q)^2\ folgen$ anders ausgedrückt:

$Wenn\ wir\ (q+e)^2 = (e+q)^2\ rechnen, erhalten\ wir\ q^2 + 2qe + e^2$

$q^2 + 2qe + e^2 = (q+e)^2 = (e+q)^2$

$\boxed{(-q-e)^2 = (q+e)^2 = (e+q)^2}$

**Berechnen wir das Quadrat des Binoms $(-q-e)$, so erhalten wir dasselbe Ergebnis wie wenn wir das Quadrat des Binoms $(q+e)$ oder $(e+q)$ berechnen.**

***2.)***

$(-q+e)^2 = (-q)^2 + 2\cdot(-q)\cdot e + e^2 = \longrightarrow Vorzeichenbeachtung \rightarrow = q^2 - 2qe + e^2$

$q^2 - 2qe + e^2 = (q-e)^2 = (-e+q)^2$

$(-q+e)^2 = (q-e)^2 = (-e+q)^2$

$q^2 - 2qe + e^2 = e^2 - 2eq + q^2 = (e-q)^2$

$q^2 - 2qe + e^2 würde\ aus\ (q-e)^2 oder (-e+q)^2 oder (e-q)^2\ folgen$ anders ausgedrückt:

$Wenn\ wir\ (q-e)^2 = (-e+q)^2 = (e-q)^2\ rechnen, erhalten\ wir\ q^2 + 2qe + e^2$

$\boxed{(-q+e)^2 = (q-e)^2 = (-e+q)^2 = (e-q)^2}$

**Berechnen wir das Quadrat des Binoms $(-q+e)$, so erhalten wir dasselbe Ergebnis wie wenn wir das Quadrat des Binoms $(q-e)$ oder $(-e+q)$ oder $(e-q)$ berechnen.**

$(-q-e)^2 \quad * \rightarrow$

invertieren (ändern) wir das Vorzeichen des 1.Glieds in der Klammer oben von * (von Minus auf Plus), und ändern das Rechenzeichen auf Plus und wenden damit die 1.Binomische Formel an, erhalten wir dasselbe Ergebnis wie das Ausquadrieren dieses Binoms *in der Angabe oben hier

$\boxed{(-q-e)^2 = (q+e)^2} = q^2 + 2qe + e^2$

$(-q+e)^2 \quad ** \rightarrow$

invertieren (ändern)wir das Vorzeichen des 1.Glieds in der Klammer oben von **(von Minus auf Plus), und ändern das Rechenzeichen auf Minus und wenden damit die 2.Binomische Formel an, erhalten wir dasselbe Ergebnis wie das Ausquadrieren dieses Binoms ** in der Angabe oben hier

$\boxed{(-q+e)^2 = (q-e)^2} = q^2 - 2qe + e^2$

## Ü5 *(science fiction mathematica)*

***At Spock´s Algebra university lautet eine Prüfungsfrage:***

***Wie lautet der Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge*** $\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)$ ???

---

***Flächeninhalt eines Quadrats:*** $\boxed{A=a\cdot a=a^2}$

$$a=\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)$$

$$A=a\cdot a=a^2=\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)\cdot\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)=\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)^2$$ **2.Binomische Formel**

$$A=\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)^2=\left(\frac{7}{12}v\right)^2-2\cdot\frac{7}{12}v\cdot\frac{5}{9}w+\left(\frac{5}{9}w\right)^2=$$

$$=\frac{49}{144}v^2-\frac{35}{54}vw+\frac{25}{81}w^2\ FE\ (Flächeneinheiten)$$

---

**Zusatz 1:**

**Welches Rechengesetz wendest du an, wenn du den Umfang *des Quadrats berechnest?***

**Umfang *des Quadrats*** $\boxed{u=4\cdot a}$

$$a=\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)$$

$$u=4\cdot\left(\frac{7}{12}v-\frac{5}{9}w\right)=4\cdot\frac{7}{12}v-4\cdot\frac{5}{9}w=\frac{28}{12}v-\frac{20}{9}w=\frac{7}{3}v-\frac{20}{9}w\ LE\ (Längeneinheiten)$$

Wir wenden das ***Distributivgesetz (Verteilungsgesetz) der Multiplikation*** bezüglich der Subtraktion an.

$$\boxed{a\cdot(b-c)=a\cdot b-a\cdot c}$$

**<u>Zusatz 2:</u>**

Für welche Termbelegung $v \in Z$ und $w \in Z$ wird der Wert des **quadrierten Terms**
$\left(\frac{7}{12}v - \frac{5}{9}w\right)$

**1)negativ?**
**2) positiv?**

---

**1) negativ?**

$$\left(\frac{7}{12}v - \frac{5}{9}w\right)^2$$

Setzen z.B. jeweils einmal eine positive ganze Zahl, dann eine negative –mit allen Variationen:

$v = -1$ und $w = -2$

$$\left(\frac{7}{12}v - \frac{5}{9}w\right)^2 = \left(-\frac{7}{12} - \frac{5}{9}\cdot(-2)\right)^2 = \left(-\frac{7}{12} + \frac{10}{9}\right)^2 = \left(\frac{-21+40}{36}\right) = \left(+\frac{19}{36}\right)^2 = \frac{19^2}{36^2} = +\frac{361}{296}$$

$v = -1$ und $w = +2$

$$\left(\frac{7}{12}v - \frac{5}{9}w\right)^2 = \left(-\frac{7}{12} - \frac{5}{9}\cdot(+2)\right)^2 = \left(-\frac{7}{12} - \frac{10}{9}\right)^2 = \left(-\frac{61}{36}\right)^2 = +\frac{61^2}{36^2} = +\frac{3721}{1296}$$

$v = +1$ und $w = -2$

$$\left(\frac{7}{12}v - \frac{5}{9}w\right)^2 = \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{9}\cdot(-2)\right)^2 = \left(\frac{7}{12} + \frac{10}{9}\right)^2 = \left(\frac{61}{36}\right)^2 = +\frac{61^2}{36^2} = +\frac{3721}{1296}$$

$v = +1$ und $w = +2$

$$\left(\frac{7}{12}v - \frac{5}{9}w\right)^2 = \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{9}\cdot(+2)\right)^2 = \left(\frac{7}{12} - \frac{10}{9}\right)^2 = \left(-\frac{19}{36}\right)^2 = +\frac{19^2}{36^2} = +\frac{361}{296}$$

***Das Ergebnis wird nie negativ! Denn eine negative Zahl in der Klammer ergibt quadriert immer eine positive. Dies gilt für alle*** $v \in Z$ und $w \in Z$

**2) positiv?**

**Für alle Belegungen von** $v \in Z$ und $w \in Z$ , egal ob wir v oder w positiv / negativ wählen erhalten wir einen positiven Wert des Terms!
(folgt aus der obigen Feststellung)

### *Ü6*

**Nach welcher Formel musst du das Ergebnis von** $(13s+3t)^2$ **quadrieren??**

---

**Um das Ergebnis zu erhalten, wenden wir zunächst die 1.binomische Formel an.**
$(13s+3t)^2 = (13s)^2 + 2\cdot 13s\cdot 3t + (3t)^2 = 169s^2 + 78st + 9t^2$

**Nun quadrieren wir.**
$(169s^2 + 78st + 9t^2)^2 =$
Bedenke, dass du die Klammer mit einer Summe (3 Summanden!) nicht gliedweise „hintereinander" quadrieren darfst-das wäre ein schwerer Fehler. Dies darfst du ja bei 2 Summanden in der Klammer auch nicht(da müsstest du ja die 1.Binomische Formel anwenden)**-siehe unten**

So eine binomische Formel haben wir nicht gelernt. In der Klammer kommen **3 Summanden** vor. Als Formel wäre dies
$(a+b+c)^2 = a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$

Wir hatten „nur" die 1.BIFO $(a+b)^2 =$ mit 2 Summanden

**Bedenke, dass du die Klammer mit einer Summe (3 Summanden!) nicht gliedweise „hintereinander" quadrieren darfst!**
**Falsch wäre also:**

$(169s^2 + 78st + 9t^2)^2 \neq (169s^2)^2 + (78st)^2 + (9t)^2 = 169^2 s^4 + 78^2 s^2t^2 + 81t^2$ !!!!!!

Haben wir die 1.Binomische Formel, können wir ja auch nicht rechnen

$(169s^2 + 9t^2)^2 \neq (169s^2)^2 + (9t)^2 = 169^2 s^4 + 81t^2$ !!!!!! schwerer Fehler!!!!!
sondern es muss ein gemischtes Glied (in der Mitte) vorkommen

$\boxed{(169s^2 + 9t^2)^2 = (169s^2)^2 + 2\cdot 169s^2 \cdot 9t^2 + (9t)^2 = 169^2 s^4 + 3042s^2t^2 + 81t^2 \text{ !!!!!!}}$

**Fortsetzung**

**Ohne die obige Formel für 3 Summanden anzuwenden und zu kennen, können wir nur folgendes tun:**

Wir schreiben den quadrierten Klammerausdruck als **Produkt:**

$$(169s^2 + 78st + 9t^2)^2 = (169s^2 + 78st + 9t^2) \cdot (169s^2 + 78st + 9t^2)$$

***Es müsste jedes Glied mit jedem (!!!) multipliziert werden!***

$$\boxed{\begin{aligned}&(169s^2 + 78st + 9t^2)^2 = (169s^2 + 78st + 9t^2) \cdot (169s^2 + 78st + 9t^2) = \\ &= 28561s^4 + 26364s^3t + 9126s^2t^2 + 1404st^3 + 81t^4\end{aligned}}$$

### *Ü7*

Wie kannst du die Differenz aus $1$ und $529\ Sechshundertfünfundzwanzigstel\ s\ Quadrat$ **als Produkt ihrer Linearfaktoren** $(x+y)\cdot(x-y)$ **schreiben?**
(y musst du natürlich dementsprechend mit der hier geeigneten Variable belegen.)

---

$$1-\frac{529}{625}s^2=\left(1-\frac{23}{25}s\right)\cdot\left(1+\frac{23}{25}s\right)$$

$\boxed{a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)}$ **3.Binomische Formel** $\boxed{x^2-y^2=(x+y)\cdot(x-y)}$

**<u>Gedanke:</u>**
*Welche Zahl a mal* ***welcher selben*** *Zahl a ergibt 1?* *Klar, dass dies 1 ist.*
$\sqrt{1}=1 \quad weil\ 1\cdot 1=1$
*Welche Zahl a mal* ***welcher selben*** *Zahl a ergibt 529?*
*Welche Zahl a mal* ***welcher selben*** *Zahl a ergibt 625?*
$\Omega ?=Zahl \qquad \Omega ?\cdot\Omega ?=1$
$\Omega ?=Zahl \qquad \Omega ?\cdot\Omega ?=529 \qquad 23\cdot 23=529 \qquad \Rightarrow a=23 \qquad \sqrt{529}=23$
$\Omega ?=Zahl \qquad \Omega ?\cdot\Omega ?=625 \qquad 25\cdot 25=625 \qquad \Rightarrow a=25 \qquad \sqrt{625}=25$

*Dies bedeutet die* ***Wurzel aus einer Zahl*** *zu ziehen.*
*529 und 625 sind „schöne“ Quadratzahlen, das bedeutet, ihre Wurzel ist eine ganze Zahl.*

$\sqrt{529}=23$
$\sqrt{625}=25$

$Klar: \quad s\cdot s=s^2 \qquad \sqrt{s^2}=s$

### *Überprüfung- Probe:*

$1^2=1$

$$\left(\frac{23}{25}s\right)^2=\left(\frac{23}{25}\right)^2\cdot(s)^2=\frac{23^2}{25^2}\cdot s^2=\frac{529}{625}s^2$$

***Ü8***

Wie kannst du $81b^6 - 29b^4$
**als Produkt von Linearfaktoren** $(x+y)\cdot(x-y)$ **schreiben?**
(y musst du natürlich dementsprechend mit der hier geeigneten Variable belegen.)

---

**Gedanke:**

$\boxed{a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)}$ $\boxed{x^2 - y^2 = (x+y)\cdot(x-y)}$

*Welche Zahl a mal **welcher selben** Zahl a ergibt 81?*
*Welche Zahl a mal **welcher selben** Zahl a ergibt 29?*
*Dies heißt die Wurzel aus einer Zahl zu ziehen.*

$\Omega? = Zahl \quad \Omega?\cdot\Omega? = 81 \quad 9\cdot 9 = 81 \Rightarrow a = \sqrt{81} = 9$
$\Omega? = Zahl \quad \Omega?\cdot\Omega? = 29 \quad \sqrt{29}\cdot\sqrt{29} = 29 \text{ !!!!!!} \Rightarrow a = \sqrt{29}$

*Wurzel mal Wurzel bedeutet dass die Wurzel wegfällt* $\Rightarrow \sqrt{29}\cdot\sqrt{29} = 29$

81 ist eine „schöne" Quadratzahl, das bedeutet, ihre Wurzel ist eine ganze Zahl.
$\sqrt{81} = 9$
29 ist **keine „schöne" Quadratzahl**, $\sqrt{29} = 5.3851648071345$
das bedeutet, **wir schreiben die Wurzel aus der Zahl** $\sqrt{29}$ **an. Lassen sie besser so stehen.**

***Für die Potenzen fragen wir uns:***
„b hoch …?..... mal dasselbe b hoch …? ...... ergibt $b^6$?"
$\sqrt{b^6} = b^3 \quad weil \quad (b^3)^2 = b^{3\cdot 2} = b^6 \quad oder \quad b^3\cdot b^3 = b^{3+3} = b^6$

„b hoch …? .... mal dasselbe b hoch ....?....... ergibt $b^4$?"
$\sqrt{b^4} = b^2 \quad weil \quad (b^2)^2 = b^{2\cdot 2} = b^4 \quad oder \quad b^2\cdot b^2 = b^{2+2} = b^4$

Fortsetzung

$\boxed{a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)}$ **3.Binomische Formel**

$$81b^6 - 29b^4 = \left(9b^3 - \sqrt{29}b^2\right)\cdot\left(9b^3 - \sqrt{29}b^2\right)$$

## *Überprüfung- Probe:*

$$\left(9b^3\right)^2 = 9^2 \bullet \left(b^3\right)^2 = 81\cdot b^{3\bullet 2} = 81b^6$$

$$\left(\sqrt{29}b^2\right)^2 = \left(\sqrt{29}\right)^2\cdot\left(b^2\right)^2 = \underbrace{\sqrt{29}\cdot\sqrt{29}}_{\sqrt{\ }\ fälltweg} \bullet b^4 = 29b^4$$

### *Ü9*

***Ändere in*** $(x+y)^2$ **den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Differenz von** $(x+y)^2$ **mit deinem abgeänderten Binom zum Quadrat Null ergibt.**

$$\boxed{(x+y)^2-(-y-x)^2=0}$$

$$(x+y)^2-\left((-y)^2-2\cdot(-y)\cdot x+x^2\right)=0$$
$$(x+y)^2-\left(y^2+2\cdot y\cdot x+x^2\right)=$$

**Das Minus vor der Klammer ändert alle Vorzeichen in der Klammer.**

$$x^2+2xy+y^2-y^2-2yx-x^2=0$$

### *Ü10*

***Ändere in*** $(x-y)^2$ **den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Differenz von** $(x-y)^2$ **mit deinem abgeänderten Binom zum Quadrat Null ergibt.**

$$\boxed{(x-y)^2-(y-x)^2=0}$$

$$(x-y)^2-\left(y^2-2\cdot y\cdot x+x^2\right)=0$$

**Das Minus vor der Klammer ändert alle Vorzeichen in der Klammer.**

$$x^2-2xy+y^2-y^2+2yx-x^2=0$$

### Ü11

***Ändere in*** $(x+y)^2$ **den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Summe von** $(x+y)^2$ **mit deinem abgeänderten Binom zum Quadrat** $2\cdot(x+y)^2$ **ergibt.**

$$\boxed{(x+y)^2+(-x-y)^2=2\cdot(x+y)^2}$$

$$(x+y)^2+\left((-x)^2-2\cdot(-x)\cdot y+y^2\right)=0$$

$$x^2+2xy+y^2+x^2+2xy+y^2=2x^2+4xy+2y^2$$
$$2\cdot(x+y)^2=2\cdot\left(x^2+2xy+y^2\right)=2x^2+4xy+2y^2$$

### Ü12

***Ändere in*** $(x-y)^2$ **den Ausdruck in der Klammer durch Variablenvertauschen und Rechen- und Vorzeichenänderung so ab, sodass sich in der Summe von** $(x-y)^2$ **mit deinem abgeänderten Binom zum Quadrat** $2\cdot(x+y)^2$ **ergibt.**

$$\boxed{(x+y)^2+(-y-x)^2=2\cdot(x+y)^2}$$

$$(x+y)^2+\left((-y)^2-2\cdot(-y)\cdot x+y^2\right)=2\cdot(x+y)^2$$ **??**

$$x^2+2xy+y^2+y^2+2yx+y^2=2x^2+4xy+2y^2$$
$$2\cdot(x+y)^2=2\cdot\left(x^2+2xy+y^2\right)=2x^2+4xy+2y^2$$

***Ü13***

***Kreuze die richtigen Antworten an. Stelle falsche Aussagen richtig und begründe!***

**1.)** $4\cdot(c+z)^2=(4c+4z)^2$ falsch

$(4c+4z)^2=(4c)^2+2\cdot 4c\cdot 4z+(4z)^2=16c^2+32cz+16z^2$ **1.Binomische Formel**

$4\cdot(c+z)^2=4\cdot(c^2+2cz+z^2)=4c^2+8cz+4z^2$ **1.Binomische Formel, Verteilungsgesetz**

$4c^2+8cz+4z^2\neq 16c^2+32cz+16z^2$

**2.)** $4\cdot(c+z)^2=(4c)^2+(4z)^2$ falsch

$(4c)^2+(4z)^2=16c^2+16z^2$

**Regel für das Potenzieren eines Produkts Jeder einzelne Faktor wird quadriert!!**

$(a\cdot b)^2=a^2\cdot b^2 \quad \rightarrow ganz\ genau:(a^1\cdot b^1)^2=a^{1\cdot 2}\cdot b^{1\cdot 2}$

$\rightarrow al\lg emein\ mit\ Potenzen:(a^k\cdot b^k)^m=a^{k\bullet m}\cdot b^{k\bullet m}$

$4\cdot(c+z)^2=4\cdot(c^2+2cz+z^2)=4c^2+8cz+4z^2$ **1.Binomische Formel, Verteilungsgesetz**

$4c^2+8cz+4z^2\neq 16c^2+16z^2$

**3.)** $4\cdot(c+z)^2=4c^2+4z^2$ falsch

$4\cdot(c+z)^2=4\cdot(c^2+2cz+z^2)=4c^2+8cz+4z^2$ **1.Binomische Formel, Verteilungsgesetz**

$4c^2+4z^2\neq 4c^2+8cz+4z^2$

**4.)** $4\cdot(c-z)^2=(4c-4z)^2$ **falsch**

$(4c-4z)^2=(4c)^2-2\cdot 4c\cdot 4z+(4z)^2=16c^2-32cz+16z^2$

**2.Binomische Formel, Regel für das Potenzieren eines Produkts**
**Jeder einzelne Faktor wird quadriert!!**

$(a\cdot b)^2=a^2\cdot b^2 \quad \rightarrow ganz\ genau:(a^1\cdot b^1)^2=a^{1\cdot 2}\cdot b^{1\cdot 2}$

$\rightarrow al\lg emein\ mit\ Potenzen:(a^k\cdot b^k)^m=a^{k\bullet m}\cdot b^{k\bullet m}$

$4\cdot(c-z)^2=4\cdot(c^2-2cz+z^2)=4c^2-8cz+4z^2$

**2.Binomische Formel, Verteilungsgesetz**

$4c^2-8cz+4z^2\neq 16c^2-32cz+16z^2$

**5.)** $4\cdot(c-z)^2=16c^2-16z^2$ **falsch**

$4\cdot(c-z)^2=4\cdot(c^2-2cz+z^2)=4c^2-8cz+4z^2$ **2.Binomische Formel, Verteilungsgesetz**

$4c^2-8cz+4z^2\neq 16c^2-16z^2$

**6.)** $4\cdot(c-z)^2=4c^2-4z^2$ **falsch**

$4\cdot(c-z)^2=4\cdot(c^2-2cz+z^2)=4c^2-8cz+4z^2$ **2.Binomische Formel, Verteilungsgesetz**

$4c^2-8cz+4z^2\neq 4c^2-4z^2$

**7.)** $\boxed{4\cdot(c-z)^2=4(c-z)(c-z)}$ richtig

$4\cdot(c-z)^2=4\cdot\left(c^2-2cz+z^2\right)=4c^2-8cz+4z^2$ **2.Binomische Formel, Verteilungsgesetz**

$4(c-z)(c-z)=4\cdot(c-z)^2$

**Die Klammer** $(c-z)$ **zum Quadrat kann als Produkt von Klammern** $(c-z)(c-z)$ **geschrieben werden**

**Ein Produkt von Klammern** $(c-z)(c-z)$ **kann als Klammer** $(c-z)$ **zum Quadrat geschrieben werden**

$\boxed{(c-z)^2=(c-z)\cdot(c-z)}$

**8.)** $\boxed{4\cdot\left(c^2-z^2\right)=4(c-z)(c+z)}$ richtig

**denn:** $\left(c^2-z^2\right)=(c-z)(c+z)$ **3.Binomische Formel**

**9.)** $\boxed{4\cdot(c-z)^2=4(c-z)(-z+c)}$ richtig

$(c-z)(-z+c)=(c-z)\cdot(c-z)$

**nach dem Vertauschungsgesetz der Multiplikation** $(-z+c)=(c-z)$

$\boxed{(c-z)^2=(c-z)\cdot(c-z)}$

**10.)** $4 \cdot (c \cdot z)^2 = (4c \cdot 4z)^2$ **falsch**

$$(4c \cdot 4z)^2 = (4c)^2 \cdot (4z)^2 = (4 \cdot c \cdot 4 \cdot z)^2 = 16 \cdot c^2 \cdot 16 \cdot z^2 = 16c^2 \cdot 16z^2$$

**Regel für das Potenzieren eines Produkts: Jeder einzelne Faktor wird quadriert!!**

$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2 \quad \rightarrow ganz\ genau : (a^1 \cdot b^1)^2 = a^{1 \cdot 2} \cdot b^{1 \cdot 2}$

$\rightarrow al\lg emein\ mit\ Potenzen : (a^k \cdot b^k)^m = a^{k \bullet m} \cdot b^{k \bullet m}$

$$4 \cdot (c \cdot z)^2 = 4 \cdot (c^2 \cdot z^2) = 4 \cdot c^2 \cdot z^2 = 4c^2 z^2$$

**Regel für das Potenzieren eines Produkts Jeder einzelne Faktor wird quadriert, der 4er dazu multipliziert!!**

$$16c^2 \cdot 16z^2 \neq 4c^2 z^2$$

**11.)** $4 \cdot (c \cdot z)^2 = (4c)^2 \cdot (4z)^2$ **falsch**

$$4 \cdot (c \cdot z)^2 = 4 \cdot (c^2 \cdot z^2) = 4c^2 z^2$$

**Regel für das Potenzieren eines Produkts Jeder einzelne Faktor wird quadriert, der 4er dazu multipliziert!!**

$(4c)^2 \cdot (4z)^2 = 16c^2 \cdot 16z^2$ **Regel für das Potenzieren eines Produkts**

$$4c^2 z^2 \neq 16c^2 \cdot 16z^2$$

**12.)** $4 \cdot (c \cdot z)^2 = 4c^2 \cdot 4z^2$ **falsch**

$$4 \cdot (c \cdot z)^2 = 4 \cdot (c^2 \cdot z^2) = 4c^2 z^2$$

**Regel für das Potenzieren eines Produkts Jeder einzelne Faktor wird quadriert, der 4er dazu multipliziert!!**

$$4c^2 z^2 \neq 4c^2 \cdot 4z^2$$

**13.)** $4 \cdot (c^2 + z^2) = 4(c+z)(c+z)$ **falsch**

$4 \cdot (c^2 + z^2) = 4c^2 + 4z^2$ **Verteilungsgesetz**

$4(c+z)(c+z) = 4 \cdot (c+z)^2 = 4 \cdot (c^2 + 2cz + z^2) = 4c^2 + 8cz + 4z^2$

**Ein Produkt von Klammern $(c+z)$ kann als Klammer $(c+z)$ zum Quadrat geschrieben werden, das Verteilungsgesetz wird angewendet**

**14.)** $4 \cdot (c^2 + z^2) = 4(c-z)(c+z)$ **falsch**

$4(c-z)(c+z) = 4 \cdot (c^2 - z^2) = 4c^2 - 4z^2$

**3.Binomische Formel** $(c^2 - z^2) = (c-z)(c+z)$ **und Verteilungsgesetz**

$4 \cdot (c^2 + z^2) = 4c^2 + 4z^2$ **Verteilungsgesetz**

$4c^2 - 4z^2 \neq 4c^2 + 4z^2$

$4 \cdot (c^2 + z^2) \neq 4 \cdot (c^2 - z^2)$

**15.)** $4 \cdot (c^2 + z^2) = 4(c+z)^2$ **falsch**

$4(c+z)^2 = 4 \cdot (c^2 + 2cz + z^2) = 4c^2 + 8cz + 4z^2$

**1.Binomische Formel und Verteilungsgesetz**

$4 \cdot (c^2 + z^2) = 4c^2 + 4z^2$ **Verteilungsgesetz**

$4c^2 + 8cz + 4z^2 \neq 4c^2 + 4z^2$

## *Ü14*

***Zeige anhand einer einfachen Variablenbelegung, dass***

**1.)** $(h+u)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ergänze$ **gilt!**

**2.)** $(-h+u)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ergänze$ **gilt!**

**3.)** $(h-u)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ergänze$ **gilt!**

**4.)** $(-h-u)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ergänze$ **gilt!**

**Setze jeweils direkt in die hier angegebene allgemeine Formel ein und zeige, dass du links und rechts des „=“ dasselbe Ergebnis erhältst!**

**Beispiel:**

$$\boxed{(-h+u)^2 = (-h)^2 + 2\cdot(-h)\cdot u + u^2}$$

$$(-(-13)+(-17))^2 = (-(-13))^2 + 2\cdot(-(-13))\cdot(-17) + (-17\ \ )^2$$

Wähle $h=-13 \qquad u=-17$

**1.)** $\boxed{(h+u)^2 = h^2 + 2hu + u^2}$

$$(-13-17)^2 = (-13)^2 + 2\cdot(-13)\cdot(-17) + (-17)^2$$
$$(-30)^2 = 169 + 442 + 289$$
$$900 = 169 + 442 + 289$$
$$900 = 900 \quad wahre\ Aussage \quad w.A.$$

**2.)**

$$\boxed{(-h+u)^2 = (-h)^2 + 2\cdot(-h)\cdot u + u^2 = h^2 - 2hu + u^2 = (h-u)^2 = (u-h)^2}$$

$$(-(-13)+(-17)^2 = (-(-13))^2 + 2\cdot(-(-13))\cdot(-17) + (-17\ \ )^2$$

$$(-(-13)+(-17)^2 = (+13)^2 + 2\cdot 13\cdot(-17) + (-17\ \ )^2$$

$$(13-17)^2 = 169 - 442 + 289$$

$$(-4)^2 = 169 - 442 + 289$$

$$16 = 16 \quad w.A.$$

**3.)** $\boxed{(h-u)^2 = h^2 - 2hu + u^2}$

$$((-13)-(-17))^2 = (-13)^2 - 2\cdot(-13)\cdot(-17) + (-17)^2$$

$$((-13)-(-17))^2 = 169 - 442 + 289$$

$$(-4)^2 = 169 - 442 + 289$$

$$16 = 16 \quad w.A.$$

**4.)** $(-h-u)^2 = (-h\ \ )^2 - 2\cdot(-h)\cdot u + u^2$

$$(-(-13)-(-17))^2 = (-(-13)^2 - 2\cdot(-(-13))\cdot(-17) + (-17)^2$$

$$(13+17)^2 = -169 - 2\cdot 13\cdot(-17) + 289$$

$$(30)^2 = -169 - 2\cdot 13\cdot(-17) + 289$$

$$900 = -169 + 442 + 289$$

$$900 = 900 \quad wahre\ Aussage \quad w.A.$$