

Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm 5.Kl. **012**

=Übungskapitel

Teil2

Lösen von quadratischen Gleichungen

Lösen mit den Lösungsformeln

Erforderlicher Wissensstand (->Stoffübersicht im Detail siehe auch **Wissensleuchtturm** der 5.Klasse)

Verschiedene Lösungsmethoden von quadratischen Gleichungen kennen und durchführen können (neben den Lösungsformeln) und die **Lösungsformeln gelernt abrufen können** und dann in diese einsetzen können

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Kleine und große Lösungsformel für quadratische Gleichungen kennen und anwenden können

Lösungen findest du ab Seite 3

Beachte den Theorieteil-das know-how-wie du in die Lösungsformel(n) für quadratische Gleichungen einsetzt- ab Seite 4

Beachte den Theorieteil- know how-wie du in die Formel einsetzt- auf Seite 4

Löse die folgenden quadratischen Gleichungen über der Grundmenge $G=\mathbb{R}$.

Entscheide selbst, welche der beiden Lösungsformeln als die günstigere erscheint!

Betrachte genau die Art der Lösung. Die Gleichungsangaben und deren Aufbau werden auch im letzten Bsp 6.) im Kompetenzteil eine Rolle spielen. Die Lösungen sind Dezimalzahlen.

1.) $\frac{4x}{17} + \frac{x^3}{x} = 19 + 2x$

2.) $14 = x^2 - 9$

3.) $14 - x = 13x - x(x - 4)$

4.) $5x^2 - 22x - 888 = 0$

5.) $5x^2 + 42x - 99 = 0$

6.) $3x^2 - 25x - 303 = 0$

7.) $3x^2 - 99x - 17 = 0$

8.) $3x^2 + 9x + 2 = 0$

9.) $7x^2 + 12x + 4 = 0$

10.) $7x^2 - 12x + 41 = 0$

11.) $13x^2 + 12x + 11 = 0$

12.) $23x^2 + 22x + 101 = 0$

13.) $3x^2 - 12x + 12 = 0$

14.) $x^2 + 11x + 30,25 = 0$

15.) $7x^2 + 15x + \frac{225}{28} = 0$

16.) $3x^2 - 20x + \frac{400}{12} = 0$

Beachte den Theorieteil-wie du in die Formel einsetzt- auf Seite 4

Lösungen der quadratischen Gleichungen:

$$x_1 = -3,56495 \quad x_2 = 5,3296607$$

1.)

$$2.) \quad x_1 = +\sqrt{23} = 4,79583 \quad x_2 = -\sqrt{23} = -4,79583$$

$$x_1 = 9 + \sqrt{67} = 17,185352 \quad x_2 = 9 - \sqrt{67} = 0,814647$$

3.)

$$4.) \quad 5x^2 - 22x - 888 = 0 \quad x = -11.307035203922 \text{ or } x = 15.707035203922$$

$$5.) \quad 5x^2 + 42x - 99 = 0 \quad x = -10.318823416312 \text{ or } x = 1.9188234163116$$

$$6.) \quad 3x^2 - 25x - 303 = 0 \quad x = -6.7127226135785 \text{ or } x = 15.046055946912$$

$$7.) \quad 3x^2 - 99x - 17 = 0 \quad x = -0.17083281263 \text{ or } x = 33.170832812631$$

$$8.) \quad 3x^2 + 9x + 2 = 0 \quad x = -2.7583057392119 \text{ or } x = -0.24169426078822$$

$$9.) \quad 7x^2 + 12x + 4 = 0 \quad x = -1.2612038749638 \text{ or } x = -0.45308183932198$$

$$10.) \quad 7x^2 - 12x + 41 = 0 \quad D < 0 \Rightarrow \exists \text{ keine Lösung in } R$$

$$11.) \quad 13x^2 + 12x + 11 = 0 \quad D < 0 \Rightarrow \exists \text{ keine Lösung in } R$$

$$12.) \quad 23x^2 + 22x + 101 = 0 \quad D < 0 \Rightarrow \exists \text{ keine Lösung in } R$$

$$13.) \quad 3x^2 - 12x + 12 = 0 \rightarrow x_{1,2} = 2$$

$$14.) \quad x^2 + 11x + 30,25 = 0 \rightarrow x_{1,2} = -5,5 \quad a = 1$$

$$15.) \quad 7x^2 + 15x + \frac{225}{28} = 0 \rightarrow x_{1,2} = -\frac{15}{14}$$

$$16.) \quad 3x^2 - 20x + \frac{400}{12} = 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{10}{3}$$

Beachte den Theorieteil-wie du in die Formel einsetzt- auf der folgenden Seite 4

Die Lösungsformeln ausgeführt

1.) **kleine Lösungsformel für quadratische Gleichungen**

Die Gleichung $x^2 + px + q = 0$ $p, q \in R$ lösen wir mit der

kleinen Lösungsformel für quadratische Gleichungen

Diese lautet
$$x^2 + px + q = 0 \quad p, q \in R \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x^2 + px + q = 0 \quad p, q \in R \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Steht kein Koeffizient vor dem x quadrat, (wir denken uns 1 mal x^2), wird diese Formel, die **kleine Lösungsformel, primär** verwendet.

q negativ

Ü Löse $x^2 + 11x - 30,25 = 0$

1.) $p = +11 \quad q = -30,25 \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{11}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2 - (-30,25)}$

Achte auf die Mitnahme des Vorzeichens !!!!!!!

Hier ist der Koeffizient p (Zahl vor dem x) positiv = plus!!!!!!,

und q (die Zahl „alleine“) negativ. Achte auf das Minus!!!!

wenn q negativ, bedeutet $-q$ in der Formel $-(-30,25)$ =nach Crash regel

-> +30,25!!!!

$$\Rightarrow x_{1,2} = -\frac{11}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2 - (-30,25)} = -\frac{11}{2} \pm \sqrt{\frac{121}{4} + 30,25}$$

Du kannst die Zahl in der Klammer im TR ausrechnen oder nach den Bruchpotenzier-regeln (siehe M Leuchtturm 3.&4.&UE klasse !!) Zähler und Nenner quadrieren und dann ausrechnen

Die Diskriminante ist positiv. Es gibt 2 eindeutige Lösungen!

$$\Rightarrow x_{1,2} = -\frac{11}{2} \pm \sqrt{60,5} = -5,5 \pm 7,77817$$

$$x_1 = -5,5 + 7,77817 = 2,27817 \quad 1.Lösung$$

$$x_2 = -5,5 - 7,77817 = -13,27817 \quad 2.Lösung$$

Bemerkung $x^2 + 11x - 30,25 = 0$

rechnest du mit der **großen Formel (nächste Seite) Setze**

a=1 !!!!!!

$$a = 1 \quad b = +11 \quad c = -30,25 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{-(+11) \pm \sqrt{(+11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30,25)}}{2 \cdot 1} =$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - (-121)}}{2} = \text{beachte: die Klammer wird zu plus aufgelöst!!!!} =$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{242}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-11 + \sqrt{242}}{2} = 2,27817$$

$$x_2 = \frac{-11 - \sqrt{242}}{2} = -13,27817$$

2.) große Lösungsformel

Falls ein *anderer Koeffizient als 1* sich vor dem x^2 befindet, $a \neq 1$, schreiben wir:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R} \quad a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

und wir wenden die

große Lösungsformel an.

Bsp 1

$$3x^2 - 99x - 17 = 0$$

Achte auf die Mitnahme des Vorzeichens !!!!!!!

Hier ist der Koeffizient a (Zahl vor dem x^2) positiv = plus!!!!!!,

b aber negativ (Zahl vor dem x) und c (die Zahl „alleine“) auch negativ. Achte auf das Minus!!!!

wenn b negativ, bedeutet $-b$ in der Formel $-(-99) =$ nach Crash regel

-> +99 !!!!

$$a = 3 \quad b = -99 \quad c = -17 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-99) \pm \sqrt{(-99)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-17)}}{2 \cdot 3} = \frac{+99 \pm \sqrt{9801 - (12 \cdot (-17))}}{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{+99 \pm \sqrt{9801 - (-204)}}{6} = \text{beachte: die Klammer wird zu plus aufgelöst!!!!} =$$

$$x_{1,2} = \frac{+99 \pm \sqrt{9801 + 204}}{6} = \frac{+99 \pm \sqrt{10005}}{6}$$

$$x_1 = \frac{+99 + \sqrt{10005}}{6} = x_1 = \frac{+99 + 100,025}{6} = 33,1708328 \quad 1.\text{Lösung}$$

$$x_2 = \frac{+99 - \sqrt{10005}}{6} = \frac{+99 - 100,025}{6} = -0,1708328 \quad 2.\text{Lösung}$$

$$x = -0.17083281263$$

$$x = 33.170832812631$$

Die Diskriminante ist positiv. Es gibt 2 eindeutige Lösungen!

Bemerkung:

würdest du mit der kleinen Lösungsformel rechnen, musst du zuerst die Gleichung durch 3 dividieren!

$$3x^2 - \frac{99}{3}x - \frac{17}{3} = 0$$

Du hast dann Brüche oder Kommazahlen. Mit dem TR nicht so arg....

Die Lösungsformeln für quadratische Gleichungen musst du gut auswendig lernen!- erfahrungsgemäß merken sich die SchülerInnen diese schnell.

Bsp 2

Löse

$$13x^2 + 12x + 11 = 0$$

Achte auf die Mitnahme des Vorzeichens !!!!!!!***Hier sind alle Koeffizienten (Zahlen vor dem x^2 , x und die alleine stehende Zahl) positiv = plus!!!!!!***

$$a = 13 \quad b = +12 \quad c = +11 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 13 \cdot 11}}{2 \cdot 13} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 572}}{26}$$

Der Ausdruck unter der Wurzel, die Diskriminante ist kleiner null.**Es gibt keine Lösung in den reellen Zahlen !****(nur in der Menge der komplexen Zahlen –siehe 7.Klasse !)****beachte dazu:****Lösungsfälle nach Art der Diskriminante****Übungsleuchtturm Nr.013 Beispiel 5 Lösung auf Seite 7**