Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm <u>5.Kl.</u> 017

=Übungskapitel

Vektoren

Kompetenzen und Standards zur Vektorrechnung der Ebene 5.Klasse

Erforderlicher Wissensstand *(->Stoffübersicht im Detail siehe auch* ***Wissensleuchtturm*** *der 5.Klasse)*

Arten von Vektoren : Normalvektor, Nullvektor, Einheitsvektor, Richtungsvektor definieren, zeichnen, skizzieren und berechnen können
Darstellung von Vektoren im Koordinatensystem- erkennen aus Schaubildern und anfertigen aus einer Angabe können
Skalarprodukt definieren können
Skalarmultiplikation durchführen
Vektor-Winkel-Formel kennen
Orthogonalität: ONB (Orthogonalitätsbedingung) Parallelitätskriterium ,Inzidenzkriterium definieren und anwenden können

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Festigung in der Vektorrechnung und analytischen Geometrie der Ebene durch Anwendung von Formelkenntnissen und Interpretation als Basis der analytischen Geometrie der Ebene

Lösungen findest du ab Seite 8

0.) Berechne die <u>Längen der 3 Seiten</u> des **Dreiecks** mittels Pfeilen (Vektoren)

Überprüfe deine Berechnung anhand einer Zeichnung im Koordinatensystem

1.) $Dreieck\ ABC \quad [\ A(-9/6) \quad B(7/2{,}5) \quad C(-7.5/8)\ ]$

2.) $Dreieck\ HGC \quad [\ H(-4{,}5/-3) \quad G(6{,}5/2{,}5) \quad C(-1.5/4)\ ]$

3.) $Dreieck\ XYT \quad [\ X(5/-4) \quad Y(-6/-0{,}5) \quad T(4/2{,}5)\ ]$

Spielt es für <u>*die Distanzberechnung*</u> eine Rolle, wenn du die *Richtung der Vektoren änderst*?- d.h.die Spitze umdrehst?

1.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Ein Vektor ist die Menge aller gleich langen und gleich gerichteten Pfeile (der Zeichenebene)

2.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Die Spitze Minus Schaft Regel eines Pfeils $\overrightarrow{BV}$ der die Strecke $\overline{BV}$ repräsentiert,besagt, dass der Anfangspunkt B der Strecke $\overline{BV}$ vom Endpunkt V subtrahiert wird.

3.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Betrag eines Vektors ist definiert als die Wurzel aus der Summe seiner quadrierten Eintragungen.(x-Koordinate zum Quadrat plus y-Koordinate zum Quadrat)

4.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Betrag eines Vektors $\vec{l} = \begin{pmatrix} l_x \\ l_y \end{pmatrix}$ ist $\left|\vec{l}\right| = \sqrt{l_x^{\ 2} - l_y^{\ 2}}$

5.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Betrag eines Vektors $\left|\overrightarrow{NO}\right| = |O - N|$

6.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Summenvektor zweier Vektoren $\vec{g}$ und $\vec{h}$ entspricht der Normalen auf den Vektor $\vec{h}$

Zusatz:

Berechne den *Summenvektor* der beiden Vektoren $\vec{g} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{h} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Stelle diesen grafisch dar.

7.) Ergänze:

Die beiden Vektoren $\vec{g}$ und $\vec{h}$ werden subtrahiert ,indem

8.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Multiplizieren wir den Vektor $\vec{g} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit dem $r = -7$ (Ergänze!)

so führt dies zu einer Streckung, mit $r = 49$ zu einer Stauchung.

Berechne jeweils den Vektor der durch die Multiplikation mit dem Skalar entsteht.

9.) Ergänze:

Die Skalarmultiplikation eines Vektors $\vec{f}$ mit $z \in IR$ wird exakt definiert mit

Gib dazu ein selbstgewähltes Beispiel an!

10.)

Zeichne den Vektor (Pfeil) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$ im Koordinatensystem

Zeichne einen zu $\vec{u}$ parallelen Pfeil und formuliere das <u>Parallelitätskriterium</u> für diese beiden Pfeile.

11.) Überprüfe rechnerisch vektoriell, ob die beiden Vektoren <u>*zueinander parallel*</u> sind!

Setze ein Zeichen ein

1.) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix} \ \vec{z} = \begin{pmatrix} 22 \\ -4 \end{pmatrix} \ \vec{x}\ \vec{z}$

2.) $\vec{g} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix} \ \vec{p} = \begin{pmatrix} -52 \\ -156 \end{pmatrix} \ \vec{g}\ \vec{p}$

3.) $\vec{k} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix} \ \vec{m} = \begin{pmatrix} -52 \\ 156 \end{pmatrix} \ \vec{k}\ \vec{m}$

4.) $\vec{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ 19 \end{pmatrix} \ \vec{c} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{19}{9} \end{pmatrix} \ \vec{y}\ \vec{c}$

12.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Halbierungspunkt der Strecke $\overline{CX}$ wird durch die Formel $\frac{X-C}{2}$ berechnet.

13.)

Wo finden Halbierungspunkte von Strecken im Sinne der Vektorrechnung ihre Anwendung?

14.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Ein Richtungsvektor ist ein Vektor mit der Länge 1 auf einer Strecke.

15.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

$\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ wäre ein Richtungsvektor von $\vec{s} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$

16.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Nullvektor ist ein Vektor,der die Länge 0 besitzt,ist daher der Ursprung im Koordinatensystem, ein Pfeil, den wir nur als Punkt sehen.

17.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Ein Ortsvektor hat seine Spitze im Ursprung des Koordinatensystems.

18.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Einheitsvektor findet seine Anwendung beim Abtragen von Strecken oder zur Bildung des Seitenmittelpunktes sowie zur Überprüfung der Parallelität zweier Vektoren.

19.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Die Formel für den Einheitsvektor ist

$$\overrightarrow{e_0} = \frac{1}{\vec{e}} \cdot \left|\vec{e}\right|$$

20.)*Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Einheitsvektor von $\vec{s} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$ ist $\vec{s_0} = \begin{pmatrix} -\frac{13}{135} \\ 3{,}9 \end{pmatrix}$

21.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Seien $\vec{i}$ und $\vec{g}$ Vektoren. Ihr Skalarprodukt ist definiert durch

$$\vec{i} \cdot \vec{g} = \begin{pmatrix} i_x + g_x \\ i_y + g_y \end{pmatrix}$$

22.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Das Ergebnis des skalaren Produkts ist stets eine reelle Zahl.

23.)*Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Das skalare Produkt von

1.) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix}$ und $\vec{z} = \begin{pmatrix} 22 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\vec{x} \cdot \vec{z}$ ist -709

2.) $\vec{g} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$ und $\vec{p} = \begin{pmatrix} -52 \\ -156 \end{pmatrix}$ $\vec{g} \cdot \vec{p}$ ist-5408

24.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Den zu $\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix}$ *rechtsgekippten orthogonalen* Vektor erhalten wir,indem wir das Vorzeichen der y-Koordinate ändern.

25.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Zu einem Vektor der Ebene gibt es stets 2 orthogonale Vektoren.

26.)*Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Bilden wir das skalare Produkt eines Vektors mit seinem linksgekippten orthogonalen Vektor,so erhalten wir 0 als Ergebnis.

27.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Das Skalarprodukt aus jedem linksgekippten orthogonalen Vektor und rechtsgekippten orthogonalen Vektor ist stets ungleich Null.

28.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} -52 \\ -156 \end{pmatrix} \to \overrightarrow{p_\perp}^{l} = \begin{pmatrix} 156 \\ -52 \end{pmatrix}$$

29.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

$$\vec{z} = \begin{pmatrix} 22 \\ -4 \end{pmatrix} \to \overrightarrow{z_\perp}^{r} = \begin{pmatrix} -4 \\ 22 \end{pmatrix}$$

30.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Bilden wir das skalare Produkt eines Vektors mit seinem linksgekippten orthogonalen Vektor,so erhalten wir 0 als Ergebnis.Dies entspricht dem Orthogonalitätskriterium.

31.)

Überprüferechnerisch vektoriell, ob die beiden Vektoren zueinander normal sind! Setze ein Zeichen ein

1.) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 22 \end{pmatrix} \; \vec{z} = \begin{pmatrix} 22 \\ -12 \end{pmatrix} \; \vec{x} \;\; \vec{z}$

2.) $\vec{g} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix} \; \vec{p} = \begin{pmatrix} -52 \\ -48 \end{pmatrix} \; \vec{g} \;\; \vec{p}$

3.) $\vec{k} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix} \; \vec{m} = \begin{pmatrix} 39 \\ 13 \end{pmatrix} \; \vec{k} \;\; \vec{m}$

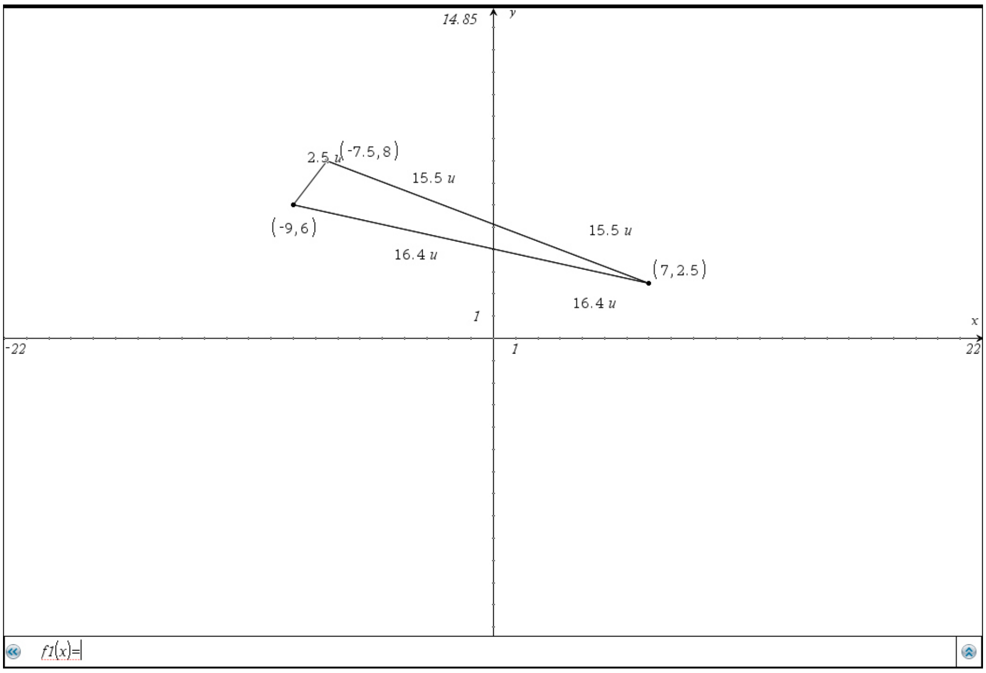
4.) $\vec{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ 19 \end{pmatrix} \; \vec{c} = \begin{pmatrix} -19 \\ -3 \end{pmatrix} \; \vec{y} \;\; \vec{c}$

32.) Der Winkel zwischen 2 Vektoren wird berechnet mit dem Sinus des Winkels aus dem Skalaren Produkt der Schenkelvektoren dividiert durch das Produkt deren Beträge.

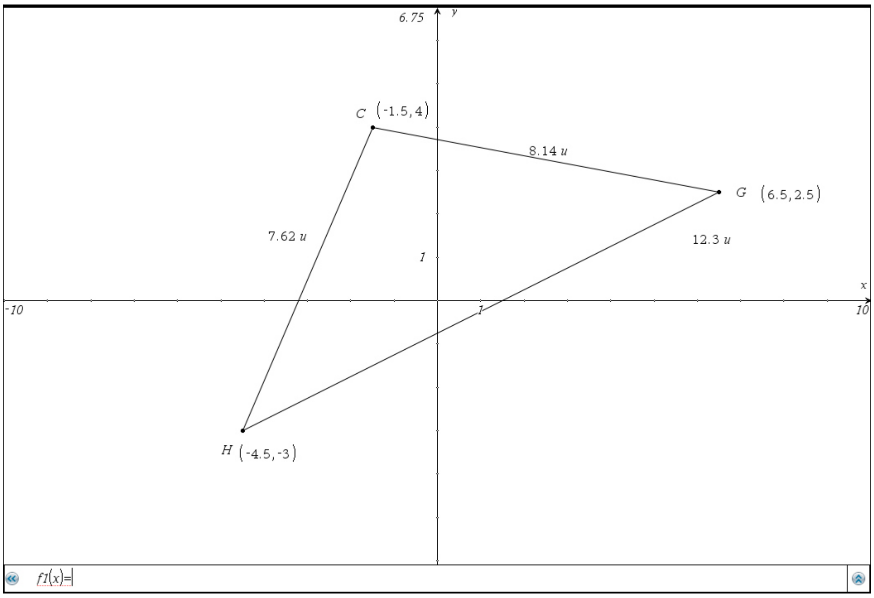
<u>Gib die Formel an.</u> *Ein Teil des Bruches scheint die Einheitsvektorformel* zu sein. Korrekt?

Lösungen

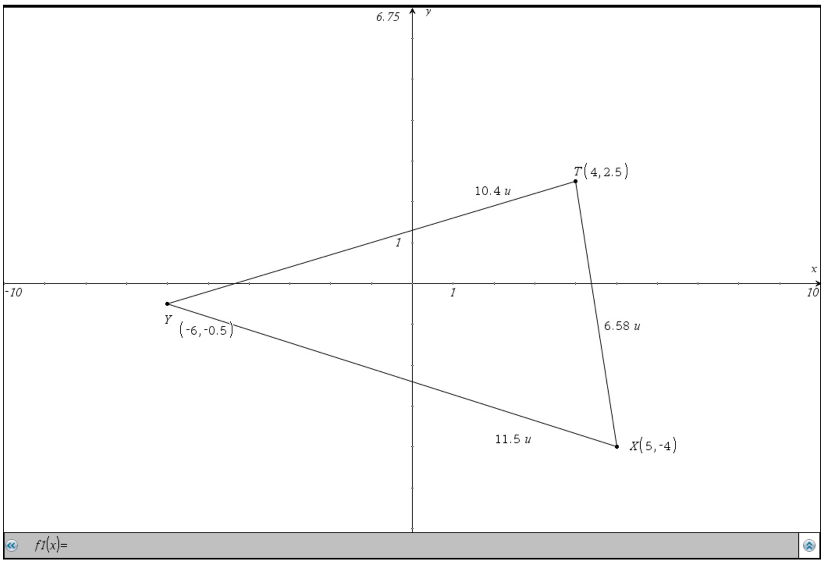
0.) 1.) $c = \overline{AB} = 16{,}4LE \quad a = \overline{BC} = 15{,}5LE \quad b = \overline{AC} = 2{,}5LE$



2.) $\overline{HG} = 12{,}3LE \quad \overline{GC} = 8{,}14LE \quad \overline{CH} = 7{,}62LE$



3.) $\overline{YX} = 11{,}5LE \quad \overline{TX} = 6{,}58LE \quad \overline{YT} = 10{,}4LE$



Die Richtung der Vektoren **spielt für die Distanzberechnung keine Rolle**!!!

zB

$$\left|\overrightarrow{HG}\right| = |G - H| = \left|\begin{pmatrix} 6{,}5 + 4{,}5 \\ 2{,}5 + 3 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 11 \\ 5{,}5 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{11^2 + 5{,}5^2} = 12{,}298$$

$$\left|\overrightarrow{GH}\right| = |H - G| = \left|\begin{pmatrix} -11 \\ -5{,}5 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{(-11)^2 + (-5{,}5)^2} = 12{,}298$$

Durch *das Quadrieren wird das negative Vorzeichen positiv* !!!!!

1.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Ein Vektor ist die Menge aller gleich langen und gleich gerichteten **parallelen**Pfeile (der Zeichenebene)

2.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Die Spitze Minus Schaft Regel eines Pfeils $\overrightarrow{BV}$ der die Strecke $\overline{BV}$ repräsentiert,besagt, dass der Anfangspunkt B der Strecke $\overline{BV}$ vom Endpunkt V subtrahiert wird.**richtig**

3.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Betrag eines Vektors ist definiert als die Wurzel aus der Summe seiner quadrierten Eintragungen.(x-Koordinate zum Quadrat plus y-Koordinate zum Quadrat) **richtig** „mathematisch übersetzt“ bedeutet dies

Der Betrag eines Vektors $\vec{l} = \begin{pmatrix} l_x \\ l_y \end{pmatrix}$ ist $\left|\overrightarrow{l}\right| = \sqrt{l_x^{\ 2} + l_y^{\ 2}}$

4.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Betrag eines Vektors $\vec{l} = \begin{pmatrix} l_x \\ l_y \end{pmatrix}$ ist $\boxed{\left|\overrightarrow{l}\right| = \sqrt{l_x^{\ 2} + l_y^{\ 2}}}$

5.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Betrag eines Vektors $\left|\overrightarrow{NO}\right| = |O - N|$ **richtig**

6.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

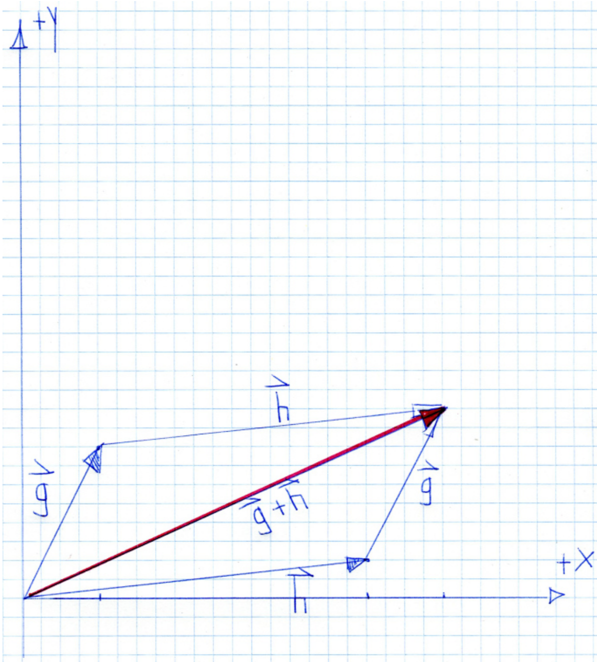
Der Summenvektor zweier Vektoren $\vec{g}$ und $\vec{h}$ **entspricht der Diagonalen eines durch die Pfeile $\vec{g}$ und $\vec{h}$ aufgespannten Parallelogramms.**

Zusatz:

Berechne den Summenvektor der beiden Vektoren $\vec{g} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{h} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Stelle diesen grafisch dar.

$$\vec{g} + \vec{h} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+9 \\ 4+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \end{pmatrix}$$



7.) Ergänze:

Die beiden Vektoren $\vec{g}$ und $\vec{h}$ werden subtrahiert ,

indem der Gegenvektor von $\vec{h}$ zum Vektor $\vec{g}$ addiert wird!!!!

$$\vec{g} - \vec{h} = \begin{pmatrix} g_x \\ g_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -h_x \\ -h_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_x - h_x \\ g_y - h_y \end{pmatrix}$$

8.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Multiplizieren wir den Vektor $\vec{g} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit dem Skalar $r = -7$ (Ergänze!)

so führt dies zu einer **Änderung der Orientierung**, mit $r = 49$ zu einer **Streckung.**

Berechne jeweils den Vektor der durch die Multiplikation mit dem Skalar entsteht.

$$(-7) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-7) \cdot 2 \\ (-7) \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ -28 \end{pmatrix}$$

$$49 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 \cdot 2 \\ 49 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 98 \\ 196 \end{pmatrix}$$

9.) Ergänze:

Die Skalarmultiplikation eines Vektors $\vec{f}$ mit $z \in IR$ wird exakt definiert mit

$$\boxed{z \cdot \vec{f} = z \cdot \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \cdot f_x \\ z \cdot f_y \end{pmatrix}}$$

Bsp: $z = 9 \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$9 \cdot \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \cdot 13 \\ 9 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 117 \\ 196 \end{pmatrix}$$

10.)

Zeichne den Vektor (Pfeil) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$ im Koordinatensystem

Zeichne einen zu $\vec{u}$ parallelen Pfeil

$\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 16 \end{pmatrix}$ ist zum Beispiel parallel zu $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$ oder $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1.5 \\ 4 \end{pmatrix}$

und formuliere das <u>Parallelitätskriterium</u> für diese beiden Pfeile.

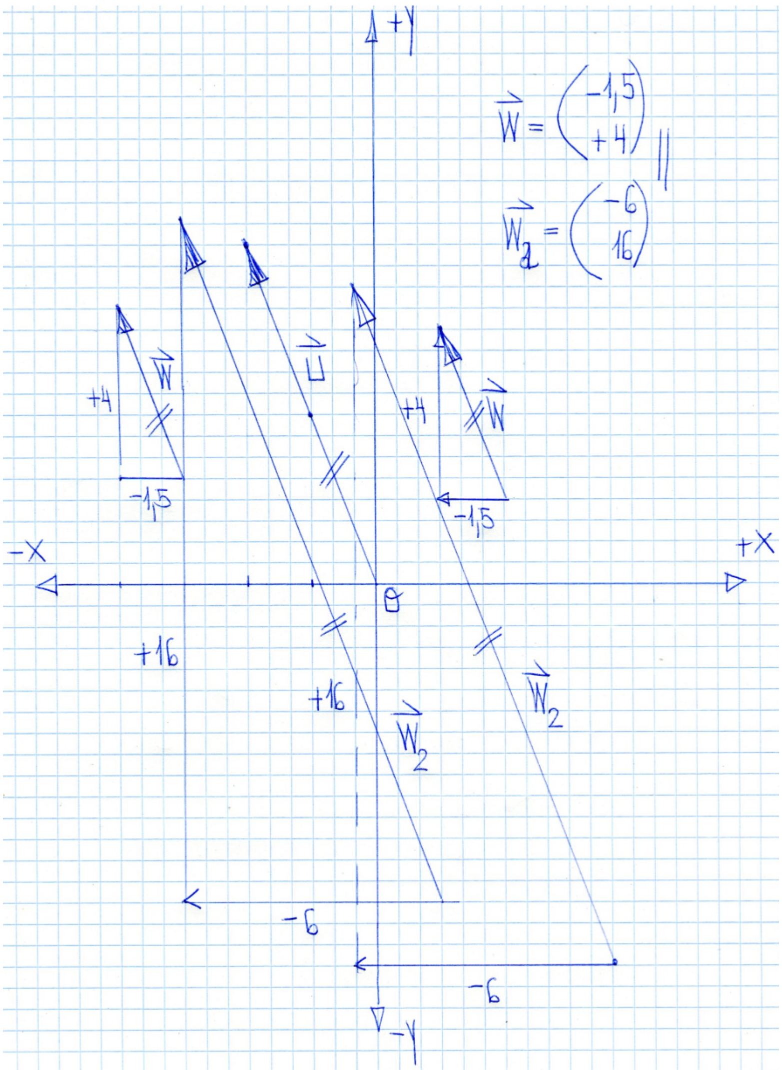
$\vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} = s \cdot \vec{v}$

$\vec{v} \parallel \vec{u} \Leftrightarrow \vec{v} = s \cdot \vec{u}$

$-3 = s \cdot (-6) \Rightarrow s = \frac{1}{2}$

$8 = s \cdot 16 \Rightarrow s = \frac{1}{2}$

$\begin{pmatrix} -6 \\ 16 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$



11.) Überprüfe, ob die beiden Vektoren zueinander parallel sind! Setze ein Zeichen ein

1.) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix}$ $\vec{z} = \begin{pmatrix} 22 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\vec{x}\ \vec{z}$ nicht parallel $s = -\frac{12}{22}$ $s = -\frac{14}{4}$

2.) $\vec{g} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$ $\vec{p} = \begin{pmatrix} -52 \\ -156 \end{pmatrix}$ $\vec{g}\ \vec{p}$ nicht parallel $s = -\frac{1}{4}$ $s = +\frac{1}{4}$

3.) $\vec{k} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$ $\vec{m} = \begin{pmatrix} -52 \\ 156 \end{pmatrix}$ $\vec{k}\ \vec{m}$ parallel $s = +\frac{1}{4}$ $s = +\frac{1}{4}$

4.) $\vec{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ 19 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{19}{9} \end{pmatrix}$ $\vec{y}\ \vec{c}$ parallel $s = \frac{1}{9}$ $s = \frac{1}{9}$

$\nparallel$	nicht parallel zu

12.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Halbierungspunkt der Strecke $\overline{CX}$ wird durch die Formel

$\boxed{\frac{C+X}{2}}$ berechnet.

13.)

Wo finden Halbierungspunkte von Strecken im Sinne der Vektorrechnung ihre Anwendung?

Etwa bei der Berechnung der Seitensymmetrale oder Schwerlinie im Dreieck

14.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Ein Richtungsvektor ist ein Vektor mit der Länge 1 auf einer Strecke. **Richtig**

15.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

$\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ wäre ein Richtungsvektor von $\vec{s} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix} = 13 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ **richtig**

16.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Nullvektor ist ein Vektor,der die Länge 0 besitzt,ist daher der Ursprung im Koordinatensystem, ein Pfeil, den wir nur als Punkt sehen.**richtig**

$\vec{O} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow |\vec{O}| = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0$

17.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Ein Ortsvektor hat seinen **Schaft (Anfangspunkt)**im Ursprung des Koordinatensystems.

18.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Einheitsvektor findet seine Anwendung beim Abtragen von Strecken. **richtig**

*oder zur Bildung des Seitenmittelpunktes sowie zur Überprüfung der Parallelität zweier Vektoren.**falsch***

19.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Die Formel für den Einheitsvektor ist

$$\boxed{\vec{e_0} = \frac{1}{|\vec{e}|} \cdot \vec{e}}$$

20.)*Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Der Einheitsvektor von $\vec{s} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$ ist $\vec{s_0} = \begin{pmatrix} -\frac{13}{135} \\ 3{,}9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}0963 \\ 3{,}9 \end{pmatrix}$ ***falsch***

Korrekte Berechnung:

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix} \vec{s_0} = \frac{1}{|\vec{s}|} \cdot \vec{s} = \frac{1}{\sqrt{1690}} \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-13}{\sqrt{1690}} \\ \frac{39}{\sqrt{1690}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}316 \\ 0{,}949 \end{pmatrix}$$

21.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Seien $\vec{i}$ und $\vec{g}$ Vektoren. Ihr Skalarprodukt ist definiert durch

$$\boxed{\vec{i} \cdot \vec{g} = i_x \cdot g_x + i_y \cdot g_y = ZAHL}$$

Keine Vektorklammer!!!

22.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Das Ergebnis des skalaren Produkts ist stets eine reelle Zahl.**richtig**

23.)*Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Das skalare Produkt von

1.) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix}$ und $\vec{z} = \begin{pmatrix} 22 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\vec{x} \cdot \vec{z}$ ist -709

$\vec{x} \cdot \vec{z} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 22 \\ -4 \end{pmatrix} = -12 \cdot 22 + 14 \cdot -4 = -320$ ***falsch***

2.) $\vec{g} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$ und $\vec{p} = \begin{pmatrix} -52 \\ -156 \end{pmatrix}$ $\vec{g} \cdot \vec{p}$ ist-5408

$\vec{g} \cdot \vec{p} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -52 \\ -156 \end{pmatrix} = -13 \cdot -52 + 39 \cdot -156 = -5408$ **richtig**

24.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Den zu $\vec{x}=\begin{pmatrix}-12\\14\end{pmatrix}$ *rechtsgekippten orthogonalen* Vektor erhalten wir,indem wir **die Koordianten vertauschen** und das Vorzeichen der y-Koordinate ändern.

$$\vec{x}=\begin{pmatrix}-12\\14\end{pmatrix}\rightarrow\vec{n_1}=\vec{x_\perp}^{r}=\begin{pmatrix}14\\12\end{pmatrix}$$

25.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Zu einem Vektor in der Ebene gibt es stets 2 orthogonale Vektoren.**richtig**

26.)*Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Bilden wir das skalare Produkt eines Vektors mit seinem linksgekippten orthogonalen Vektor,so erhalten wir 0 als Ergebnis.**richtig**

z.B.

$$\vec{x}=\begin{pmatrix}-12\\14\end{pmatrix}\rightarrow\vec{n_1}=\vec{x_\perp}^{l}=\begin{pmatrix}-14\\-12\end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix}-12\\14\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-14\\-12\end{pmatrix}=168-168=0$ Orthogonalitätskriterium.

27.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Das Skalarprodukt aus jedem linksgekippten orthogonalen Vektor und rechtsgekippten orthogonalen Vektor ist stets ungleich Null.**richtig**

z.B.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{n_1} = \overrightarrow{x_\perp}^{l} = \begin{pmatrix} -14 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{n_1} = \overrightarrow{x_\perp}^{r} = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{x_\perp}^{l} \cdot \overrightarrow{x_\perp}^{r} = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -14 \\ -12 \end{pmatrix} = 14 \cdot -14 + 12 \cdot -12 = -340 \neq 0$$

28.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} -52 \\ -156 \end{pmatrix} \rightarrow \overrightarrow{p_\perp}^{l} = \begin{pmatrix} 156 \\ -52 \end{pmatrix}$$ **richtig**

29.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

$$\vec{z} = \begin{pmatrix} 22 \\ -4 \end{pmatrix} \rightarrow \overrightarrow{z_\perp}^{r} = \begin{pmatrix} -4 \\ 22 \end{pmatrix}$$ ***falsch*** $\boxed{\rightarrow \overrightarrow{z_\perp}^{r} = \begin{pmatrix} -4 \\ -22 \end{pmatrix}}$

30.) *Gib an, ob die Behauptung richtig oder falsch ist.Stelle gegebenenfalls richtig!*

Bilden wir das skalare Produkt eines Vektors mit seinem linksgekippten orthogonalen Vektor,so erhalten wir 0 als Ergebnis.Dies entspricht dem Orthogonalitätskriterium.

richtig

siehe 27.)

z.B. $$\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{n_1} = \overrightarrow{x_\perp}^{l} = \begin{pmatrix} -14 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -14 \\ -12 \end{pmatrix} = 168 - 168 = 0$$ **Orthogonalitätskriterium.**

31.)

Überprüfe, ob die beiden Vektoren zueinander normal sind! Setze ein Zeichen ein

1.) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 22 \end{pmatrix}$ $\vec{z} = \begin{pmatrix} 22 \\ -12 \end{pmatrix}$ $\vec{x}$ **nicht normal** zu $\vec{z}$ $a \not\perp b$

2.) $\vec{g} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$ $\vec{p} = \begin{pmatrix} -52 \\ -48 \end{pmatrix}$ $\vec{g}$ **nicht normal zu** $\vec{p}$ $a \not\perp b$

3.) $\vec{k} = \begin{pmatrix} -13 \\ 39 \end{pmatrix}$ $\vec{m} = \begin{pmatrix} 39 \\ 13 \end{pmatrix}$ $\vec{k} \perp \vec{m}$

4.) $\vec{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ 19 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} -19 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{y} \perp \vec{c}$

32.) **Der Cosinus** des Winkels zwischen 2 Vektoren ist das Skalare Produkt der Schenkelvektoren dividiert durch das Produkt deren Beträge.

<u>Gib die Formel an.</u> *Ein Teil des Bruches scheint die Einheitsvektorformel* zu sein. Korrekt?

$\cos\varphi = \frac{\vec{i} \cdot \vec{j}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{j}|}$ $\frac{\vec{i}}{|\vec{i}|}$ *und* $\frac{\vec{j}}{|\vec{j}|}$ *Einheitsvektorformel* **richtig**