Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm 5.Kl. 002

=Übungskapitel

5.Kl.,Übergangsklasse ; 3. & 4.Kl.

Mengen,Symbole,Aussagen

mathematische Kompetenzen

Aussagen und Mengen TEIL 2

Erforderlicher Wissensstand *(->Stoffübersicht im Detail siehe auch **Wissensleuchtturm** der 5.Klasse)*

Definition der Zahlenmengen N ,Z,Q und R und ihr Zusammenhang

Kenntnis über mathematische Symbole und über die Sprache der Mathematik

Durchschnitt und Vereinigung- Begriffe verstehen können-Anwendung in Beispielen

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

eine Aussage über Zahlenmengen und über den Mengenbegriff in Zusammenhang mit mathematischen Symbolen in der mathematischen Fachsprache als wahr oder falsch bewerten können

Lösungen findest du ab Seite 5

Ü *Gib an. ob die folgenden Aussagen **wahr oder falsch** sind (☹warmer oder fauliger Apfelstrudel). **Begründe deine Entscheidung!!!***

1.) $-\frac{879}{880} \in R$

2.) $0{,}0 \in Z$

3.) $0{,}0 \in Q$

4.) $0{,}0 \in N^*$ 4A) $0{,}0 \in N$

5.) Die Menge der irrationalen Zahlen ist eine Teilmenge der natürlichen Zahlenmenge.

6.) Die Menge der irrationalen Zahlen sind jene rationalen Zahlen, die nicht reell sind.

7.) Die Menge der rationalen Zahlen ist eine Obermenge der reellen Zahlenmenge.

8.) $\left(\frac{3}{8}\right)^4 \in Q$ 8A) $\left(\frac{3}{8}\right)^4 \in R$

9.) $-9{,}\dot{7} \in Z$

10.) $-9{,}\dot{7} \in Q$

11.) $\{-3003,-2888,-87\} \cap \{-3003,-8{,}707,3003\} = \{-3003\}$ in Z

12.) $\{x \le -5\} \cap \{x \ge 4\} = \{-5 \le x \le 4\}$ in Z

13.) $\{-2 \ge x\} \cup \{-3 \ge x\} = \{-3 \ge x\}$ in Z

14.) $\{-2 \ge x\} \cap \{-3 \ge x\} = \{-3 \ge x\}$ in Z

15.) $\{-2 \ge x\} \cup \{-3 \ge x\} = \{-2 \ge x\}$ in Z

16.) $\{-2 \ge x\} \cap \{-3 \ge x\} = \{x \le -3\}$ in Z

17.) $\{-2 \ge x\} \cup \{-3 \ge x\} = \{x < 2\}$ in Z

18.) $Q = \{N \cup R\}$

19.) $Q = \{N \cap R\}$

20.) $N = \{Q \cap R\}$

21.) Die kleinste rationale Zahl ist $-\frac{99999}{10000000}$

22.) Die größte reelle Zahl ist π^7

23.) $\exists\infty\, x \in \{x \le -13\}$

24.) $\{x \in Z| \ x > -4500\} = \{-4499, -4498, \ldots\}$

25.) $\{x \in Z| \ x \ge -4500\} = \{\ldots, -4500, -4499, -4498\}$

26.) $e \in I$

27.) $e \in R$

28.) $-\frac{3}{9007} < -\frac{3}{9008}$

29.) $-\frac{2}{9007} < -\frac{3}{9008}$

30.) $\frac{3}{9007} < \frac{3}{9008}$

31.) $x \ge -7 \quad in Z \qquad L = \{-8, -9, -10, \ldots\}$

31A.) $\{x| \ x \le 0 \ \} = Z^-$

32.) $\{x| \ x \le 0 \ \} = Z$

33.) $\{x| \ x \le 0 \ \} = Z^+$

34.) $\{x| \ x < 0 \ \} = Z^-$

35.) $\exists\infty\, x \in Z^-$

36.) $\left(\sqrt{999}\right)^2 \in Q$ 37.) $\left(\sqrt{999}\right)^2 \in R$

38.) $4{,}4132456789 \in Q$

39.) $\frac{13}{45} \in Q$ 40.) $\frac{13}{45} \in R$ 41.) $Q \supseteq N$

42.) $\sqrt{0} \in R$

43.) $0{,}\dot{5}\dot{9} \in Q$ 44.) $0{,}\dot{5}\dot{9} \in R$

45.) $11\frac{8}{9} \in Q$

46.) $-1030456789\,4 \in Q$ 47.) $\sqrt{-5{,}45} \in R$ 48.) $\sqrt{5{,}45} \in Q$

49.) $\sqrt{256} \in R$

50.) $-0,\dot{5}\dot{9} \in Q$

51.) $-0,\dot{5}\dot{9} \in R$

52.) $A = \{-11 \geq x \geq -1\} \quad B = \{-9 \leq x\}$ in Z

$A \cap B = B$

$A \cup B = A$

53.) $R = \{-11 \geq x > -1\} \quad S = \{-9 \geq x > -2\}$ in Z

$R \cap S = \{-11\}$

$R \cup S = \{-11, -10, -2\}$

Lösungen

Mengen,Symbole,Aussagen

1.) $-\frac{879}{880} \in R$ **w. A.**

Begründung: da jede **Zahl, die als Bruch** darstellbar ist, eine rationale Zahl ist, und weil die Menge der rationalen Zahlen eine Teilmenge der reellen Zahlen ist, daher eine reelle Zahl. Die reellen Zahlen sind ja „alle Zahlen“ überhaupt

2.) $0{,}0 \in Z$ **w. A.**

„Trick“: 0,0= 0 0 ist eine ganze Zahl.

3.) $0{,}0 \in Q$ **w. A.**

„Trick“: 0,0= 0 0 ist eine rationale Zahl.

4.) $0{,}0 \in N^*$ **f. A.**

$N^* = \{1,2,3,4,5,...\}$ N *stern* ist die Menge aller natürlichen Zahlen ohne Null. 0 ist daher nicht enthalten.

4A) $0{,}0 \in N$ **w. A.**

„Trick“: 0,0= 0 $N = \{0,1,2,3,4,5,...\}$

In der Menge der natürlichen Zahlen ist Null enthalten.

5.) $I \subseteq N$ **f. A.**

Die Menge der natürlichen Zahlen ist „kleiner“ als die Menge der irrationalen Zahlen. (siehe Mengendiagramm).Die irrationalen Zahlen sind keine Teilmenge der natürlichen.

6.) *Die Menge der irrationalen Zahlen sind jene rationalen Zahlen, die nicht reell sind*

f. A. richtig: *Die Menge der irrationalen Zahlen sind jene reellen Zahlen, die nicht rational sind*

7.) *Die Menge der rationalen Zahlen ist eine Obermenge der reellen Zahlenmenge*

$Q \supseteq R$ **f. A.**

Die Menge der reellen Zahlen ist weitaus größer als die Menge der rationalen Zahlen. Die reellen Zahlen beinhalten die rationalen. Richtig wäre $Q \subseteq R$

8.) $\left(\frac{3}{8}\right)^4 \in Q$ **w. A.** $\left(\frac{3}{8}\right)^4 = \frac{3^4}{8^4} = \frac{81}{4096}$ Jede Bruchzahl ist eine rationale Zahl

8A) $\left(\frac{3}{8}\right)^4 \in R$ **w. A.**

$\left(\frac{3}{8}\right)^4 = \frac{3^4}{8^4} = \frac{81}{4096}$ Jede Bruchzahl ist eine rationale Zahl und somit eine reelle Zahl.

9.) $-9,\dot{7} \in Z$ **f. A.**

Keine einzige Dezimalzahl liegt in der Menge der ganzen Zahlen(ist also keine ganze Zahl), auch nicht eine (unendlich) periodische Dezimalzahl.

10.) $-9,\dot{7} \in Q$ **w. A.**

In der Menge der rationalen Zahlen liegen alle unendlich periodischen Dezimalzahlen.

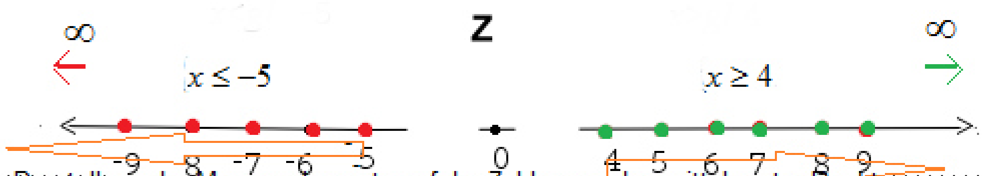
11.) $\{-3003,-2888,-87\ \} \cap \{-3003,-8{,}707{,}3003\} = \{-3003\}$ **w. A.**

Begründung: In der Durchschnittsmenge liegen jene Elemente, die in **beiden** Mengen enthalten sind. Wir können in den Mengenklammern jene Elemente unterstreichen, die in beiden Klammern vorkommen. Also insgesamt jene Elemente, die doppelt vorkommen. Hier kommt nur ein Element doppelt vor-nämlich -3003.

12.) $\{x \leq -5\ \} \cap \{x \geq 4\} = \{-5 \leq x \leq 4\}$ in Z **f. A.**

richtig: $\{\ldots,-8,-7,-6,-5\ \} \cap \{4,5,6,7,8,\ldots\} = \{\ \}$ in der Schnittmenge liegt kein einziges Element.

Die 2 roten Pfeile unter den Punkten deuten die Richtung der Mengenelements-anordnung auf der Zahlengeraden an



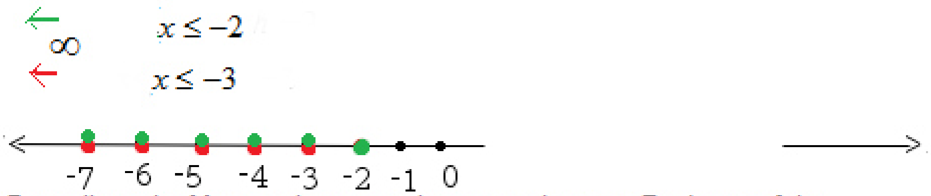
Darstellung der Mengenelemente auf der Zahlengeraden mittels roter Punkte und grüner Punkte veranschaulicht

13.) $\{-2 \geq x\} \cup \{-3 \geq x\} = \{-3 \geq x\}$ in Z **f. A.**

$\{x \leq -2\} \cup \{x \leq -3\} = \{x \leq -3\}$ f. A.

richtig: $\{\dots,-5,-4,-3-2\} \cup \{\dots,-5,-4,-3\} = \{\dots,-5,-4,-3,-2\} = \{x \leq -2\}$

Vereinigungsmenge „alle Elemente zusammen" *und jene Elemente, die doppelt vorkommen, werden nur einmal gezählt*



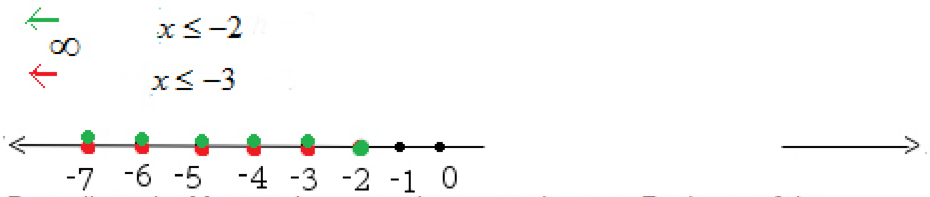
Darstellung der Mengenelemente mit roten und grünen Punkten auf der Zahlengeraden veranschaulicht!

14.) $\{-2 \geq x\} \cap \{-3 \geq x\} = \{-3 \geq x\}$ in Z **w. A.**

$\{x \leq -2\} \cap \{x \leq -3\} = \{x \leq -3\}$ w. A.

$\{\dots,-5,-4,-3-2\} \cap \{\dots,-5,-4,-3.\} = \{\dots,-5,-4,-3\} = \{x \leq -3\}$

Diese Lösungselemente liegen in beiden Mengen (kommen doppelt vor insgesamt)

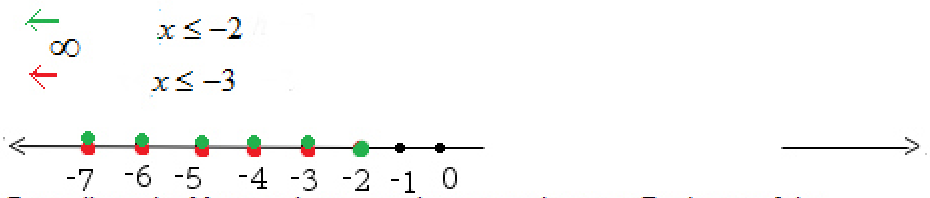


Darstellung der Mengenelemente mit roten und grünen Punkten auf der Zahlengeraden veranschaulicht!

15.) $\{-2 \geq x\} \cup \{-3 \geq x\} = \{-2 \geq x\}$ in Z **w. A.**

$\{\dots,-5,-4,-3-2\} \cup \{\dots,-5,-4,-3\} = \{\dots,-5,-4,-3,-2\} = \{x \leq -2\}$

Vereinigungsmenge „alle Elemente zusammen" *und jene Elemente, die doppelt vorkommen, werden nur einmal gezählt*

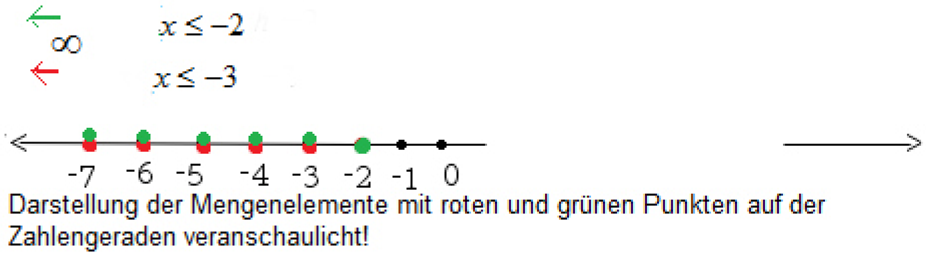


Darstellung der Mengenelemente mit roten und grünen Punkten auf der Zahlengeraden veranschaulicht!

16.) $\{-2 \geq x\ \} \cap \{-3 \geq x\} = \{x \leq -3\}$ **in Z** **w. A.**

$\{\ldots,-5,-4,-3-2\ \} \cap \{\ldots,-5,-4,-3.\} = \{\ldots,-5,-4,-3\} = \{x \leq -3\}$

Diese Lösungselemente liegen in beiden Mengen (kommen doppelt vor insgesamt)
Siehe 14.) *.Das Zeichen mit der Beziehung wurde nur umgedreht*.

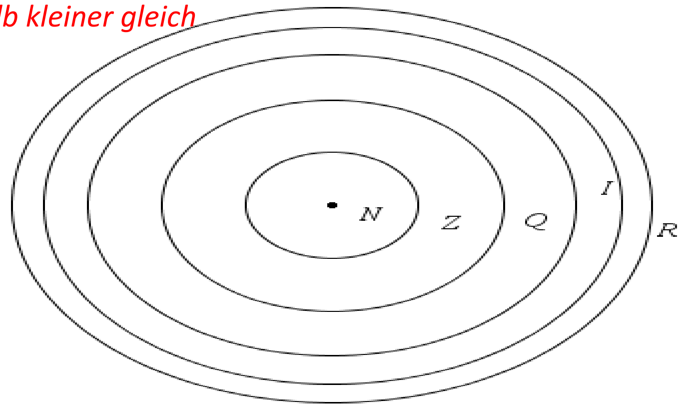


17.) $\{-2 \geq x\ \} \cup \{-3 \geq x\} = \{x < 2\}$ in Z **f. A.**

$\{\ldots,-5,-4,-3-2\ \} \cup \{\ldots,-5,-4,-3\} = \{\ldots,-5,-4,-3,-2\} = \{x \leq -2\}$

Siehe 15.) *-2 ist bei der Menge dabei, deshalb kleiner gleich*

18.) $Q = \{N \cup R\}$ **f. A.**



Begründung: Laut Mengendiagramm kann die Menge der rationalen Zahlen keineswegs aus der Vereinigung der natürlichen und reellen Zahlen bestehen ,da die Menge der reellen Zahlen *größer* als die Menge der rationalen Zahlen ist.

19.) $Q = \{N \cap R\}$ **f. A**

Begründung: Wird die Menge der natürlichen Zahlen mit den reellen Zahlen geschnitten, erhalten wir nicht die rationalen Zahlen, sondern die natürlichen.

20.) $N = \{Q \cap R\}$ **f. A.**

Begründung: Wird die Menge der rationalen Zahlen mit den reellen Zahlen geschnitten, erhalten wir nicht die natürlichen Zahlen, sondern die rationalen.

21.) **f. A.**

Die kleinste rationale Zahl ist $-\frac{99999}{10000000}$ f. A.

Es gibt keine kleinste rationale Zahl, da die Menge der rationalen Zahlen **unendlich viele** Elemente besitzt.

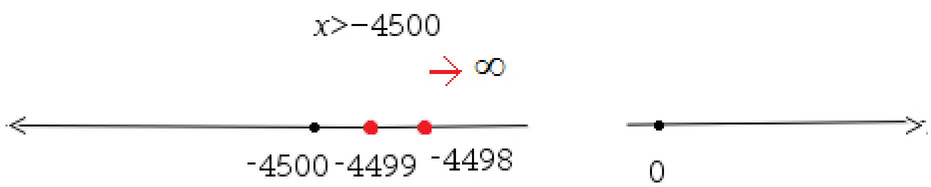
22.) Die größte reelle Zahl ist π^7 **f. A.**

Es gibt keine größte reelle Zahl, da die Menge der reellen Zahlen **unendlich viele Elemente besitzt.**

23.) $\exists\infty\ x \in \{x \le -13\}$ **w. A.**

Für alle Zahlenmengen $Z, Q und R$ gilt: unendlich viele Zahlen sind kleiner gleich -13.

24.) $\{x \in Z |\ x > -4500\} = \{-4499, -4498, \ldots\}$ **w. A.**



Darstellung der Elemente auf der Zahlengeraden mit roten Punkten veranschaulicht

25.) $\{x \in Z |\ x \ge -4500\} = \{\ldots, -4500, -4499, -4498\}$ **f. A.**

$\{x \in Z |\ x \ge -4500\} = \{-4500, -4499, -4498, \ldots\}$ wäre richtig

26.) $e \in I$ **w .A.**

Die Eulersche Zahl $e = 2{,}71828182845 9\ldots\ldots.. \in R \qquad e \in I$

ist eine unendliche nicht-periodische Dezimalzahl. Daher ist sie eine irrationale Zahl.

27.) $e \in R$ **w .A.**

Die Eulersche Zahl $e = 2{,}71828182845 9\ldots\ldots.. \in R \qquad e \in I$

ist eine unendliche nicht-periodische Dezimalzahl. Daher ist sie eine irrationale Zahl und damit eine reelle Zahl.

28.) $-\frac{3}{9007} < -\frac{3}{9008}$ **w. A.**

Begründung: Wandeln wir die Bruchzahlen in Dezimalzahlen um, haben wir
−0.00033307427556345 < −0.00033303730017762

Die 8.Dezimalstelle ist ausschlaggebend

Die rechte obige Dezimalzahl ist größer, *weil die 8.Stelle ein Dreier ist.*

Anders gesagt: bei gleichem Zähler ist jene negative Bruchzahl größer ,deren Nenner eine größere Zahl als die andere aufweist (bei positiven Bruchzahlen ist es genau umgekehrt!)

29.) $-\frac{2}{9007} < -\frac{3}{9008}$ **f. A.**

Begründung: Wandeln wir die Bruchzahlen in Dezimalzahlen um, haben wir

−0.0002220495170423 < −0.00033303730017762

Die linke Zahl ist größer als die rechte

−0.0002220495170423 < −0.00033303730017762

30.) $\frac{3}{9007} < \frac{3}{9008}$ **f. A.**

Begründung: Wandeln wir die Bruchzahlen in Dezimalzahlen um, haben wir

0.00033307427556345 $\prec$ 0.00033303730017762 f. A.

Die 8.Dezimalstelle ist ausschlaggebend. Die rechte obige Dezimalzahl ist kleiner, *weil die 8.Stelle ein Dreier ist, die der linken ein7er.*

Richtig: $\frac{3}{9007} > \frac{3}{9008}$

31.) $x \geq -7 \quad inZ \quad L = \{-8,-9,-10,...\}$ **f. A .**

Richtig wäre: $x \geq -7 \quad inZ \quad L = \{-7,-6,-5,-4,...\}$ -7 ist enthalten!!!

31A) $\{x|\ x \leq 0\ \} = Z^- = \{...,-5,-4,-3,-2,-1,0\}$ **f. A .**

richtig: $Z^- = \{...,-5,-4,-3,-2,-1\}$ Null ist nicht in der Menge enthalten!!!

32.) $\{x|\ x \leq 0\ \} = Z$ **f. A.**

$Z = \{\ldots,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,\ldots\}$ nicht nur Zahlen kleiner gleich Null, auch positive!!

33.) $\{x|\ x \leq 0\ \} = Z^{+}$ **f. A.**

$Z^{+} = \{1,2,3,4,5,6,\ldots\}$ überhaupt keine Zahlen kleiner gleich Null!!

34.) $\{x|\ x \prec 0\ \} = Z^{-}$ **w. A.**

$Z^{-} = \{\ldots,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1\}$ 0 ist nicht enthalten

35.) $\exists\infty\ x \in Z^{-}$ **w. A.**

In der Menge der negativen ganzen Zahlen liegen unendlich viele Elemente.

$Z^{-} = \{\ldots,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1\}$

36.) $\left(\sqrt{999}\right)^2 \in Q$ **w. A.**

$\left(\sqrt{999}\right)^2 = 999$ Die Wurzel „hebt sich beim Quadrieren weg". 999 ist eine rationale Zahl, da jede ganze Zahl und natürliche Zahl eine rationale Zahl ist.

37.) $\left(\sqrt{999}\right)^2 \in R$ **w. A.**

$\left(\sqrt{999}\right)^2 = 999$ Die Wurzel „hebt sich beim Quadrieren weg". 999 ist eine reelle Zahl, da jede ganze Zahl und natürliche Zahl eine reelle Zahl ist.

38.) $4{,}4132456789 \in Q$ **w. A.**

Jede endliche Dezimalzahl ist eine rationale Zahl.

39.) $\frac{13}{45} \in Q$ **w. A.**

Jede Zahl, die als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellbar ist, ist eine rationale Zahl.

40.) $\frac{13}{45} \in R$ **w. A.**

Jede Zahl, die als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellbar ist, ist eine rationale Zahl. Und somit auch eine reelle Zahl, weil die Menge der rationalen Zahlen eine Teilmenge der reellen sind.

41.) $Q \supseteq N$ **w A**

Die Menge der rationalen Zahlen ist eine Obermenge der natürlichen Zahlen. (siehe Mengendiagramm).Die natürlichen Zahlen eine Teilmenge der rationalen.

42.) $\sqrt{0} \in R$ **w. A**

$\sqrt{0} = 0$ Jede Wurzelzahl ist eine reelle Zahl ,weil die reellen Zahlen „alle Zahlen überhaupt“ sind. oder

Null ist eine natürliche und ganze und rationale Zahl. Da alle 3 Zahlenmengen Teilmengen der reellen Zahlen sind ist die Aussage wahr.

43.) $0,\dot{5}\dot{9} \in Q$ **w. A.**

$0,\dot{5}\dot{9} = 0,595959595959.......$ periodische Dezimalzahlen sind rationale Zahlen.

44.) $0,\dot{5}\dot{9} \in R$ **w. A.**

$0,\dot{5}\dot{9} = 0,595959595959.......$ periodische Dezimalzahlen sind rationale Zahlen. Da die Menge der rationalen Zahlen Teilmenge der reellen Zahlen ist ,ist die Aussage wahr. Die reellen Zahlen sind ja „alle Zahlen überhaupt“ –die größte Zahlenmenge.

45.) $11\frac{8}{9} \in Q$ **w. A.**

$11\frac{8}{9} = \frac{107}{9}$ eine gemischte Zahl ist ein unechter Bruch. Brüche sind rationale Zahlen.

46.) $-10304567894 \in Q$ **w. A.**

Alle negativen ganzen Zahlen sind auch rationale Zahlen.

47.) $\sqrt{-5,45} \in R$ **f. A.**

Aus **einer negativen Zahl** können wir (noch) **keine** Wurzel ziehen, daher ist das Ergebnis *nicht einmal eine reelle Zahl.*

48.) $\sqrt{5,45} \in Q$ **f. A.**

Wurzelzahlen ,deren Radikand Nicht-Quadratzahlen (hier sogar eine Kommazahl) sind,sind irrationale Zahlen.(->ihre Dezimalstellen brechen nicht ab,daher keine rationale Zahlen!.) Irrationale Zahlen sind ja reelle nicht rationale Zahlen und eine Teilmenge der reellen Zahlen und eine größere Zahlenmenge als Q!!

49.) $\sqrt{256} \in R$ **w. A.**

Wurzelzahlen ,deren Radikand (Ausdruck unter der Wurzel) Quadratzahlen sind, sind <u>reelle Zahlen</u>.(auch solche deren Radikand keine Quadratzahl ist.).Also sind alle Wurzelzahlen reell. Wenn wir die Wurzel ziehen ,erhalten wir 16. 16 ist eine natürliche, ganze und rationale Zahl. Da alle 3 Zahlenmengen Teilmengen der reellen Zahlen sind ist die Aussage wahr.

50.) $-0,\dot{5}\dot{9} \in Q$ **w. A.**

$-0,\dot{5}\dot{9} = 0{,}595959595959\ldots\ldots$ Auch **negative periodische Dezimalzahlen** sind rationale Zahlen.

51.) $-0,\dot{5}\dot{9} \in R$ **w. A.**

$-0,\dot{5}\dot{9} = 0{,}595959595959\ldots\ldots$ Auch negative periodische Dezimalzahlen sind rationale Zahlen. Da die Menge der rationalen Zahlen Teilmenge der reellen Zahlen ist ,ist die Aussage wahr

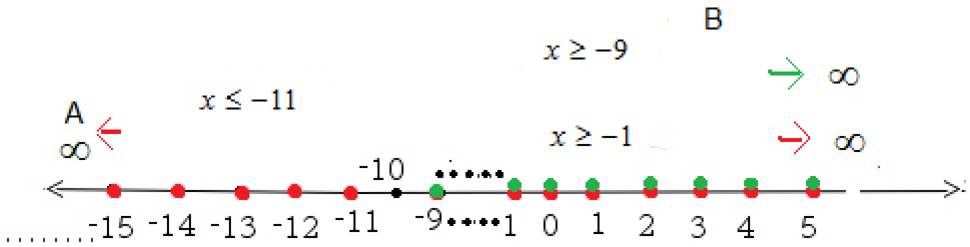
52.) $A = \{-11 \geq x \geq -1\}$ $B = \{-9 \leq x\}$ in Z

$A = \{...,-13,-12,-11,-1,0,1,2,3,....\}$ $B = \{-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,...\}$

$A \cap B = B$ **f. A.**

In der Durchschnittsmenge liegen jene Elemente, die in **beiden** Mengen enthalten sind. Wir können in den Mengenklammern jene Elemente unterstreichen, die in beiden Klammern vorkommen. Also insgesamt jene Elemente, die doppelt vorkommen.

Richtig wäre: $A \cap B = \{-1,0,1,2,3,...\}$



Darstellung der Elemente der beiden Mengen mit roten&grünen Punkten veranschaulicht

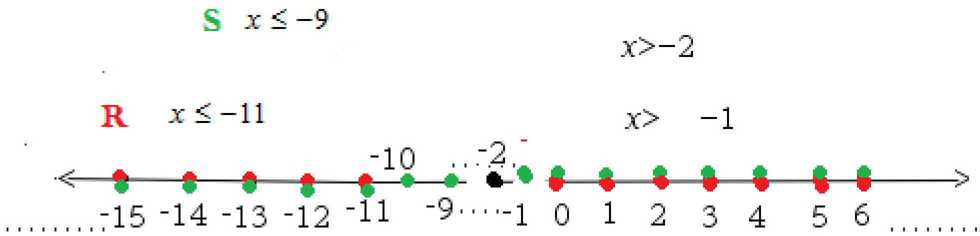
$A \cup B = A$ **f. A.**

Vereinigungsmenge „alle Elemente zusammen“ *und jene Elemente, die doppelt vorkommen, werden nur einmal gezählt*

Richtig wäre $A \cup B = \{....,-13,-12,-11,-9,-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$

53.) $R = \{-11 \geq x > -1\}$ $S = \{-9 \geq x > -2\}$ in Z

$R = \{...,-13,-12,-11,0,1,2,3,4,... \}$ $S = \{...,-13,-12,-11,-10,-9,-1,0,1,2,3,4,...\}$



Darstellung der Elemente der beiden Mengen mit roten & grünen Punkten veranschaulicht

$R \cap S = \{-11\}$ **f. A.**

In der Durchschnittsmenge liegen jene Elemente, die in **beiden** Mengen enthalten sind. Wir können in den Mengenklammern jene Elemente unterstreichen, die in beiden Klammern vorkommen. Also insgesamt jene Elemente, die doppelt vorkommen.

Richtig wäre: $R \cap S = \{...,-13,-12,-11,0,1,2,3,4,...\}$

$R \cup S = \{-11,-10,-2\}$ **f. A**

Vereinigungsmenge „alle Elemente zusammen“ *und jene Elemente, die doppelt vorkommen, werden nur einmal gezählt*

Richtig wäre: $R \cup S = \{...,-13,-12,-11,-10,-9,-1,0,1,2,3,4,...\}$