Mathe Leuchtturm
Übungsleuchtturm **004**
=Übungskapitel

4.Kl.- Ü klasse

Anwendung des Satzes von Pythagoras

in räumlichen Figuren

Die Pyramide

Umformeln (Umformen von Formeln)

Umformeln (Umformen von Formeln)

Erforderlicher Wissensstand *(->Stoffübersicht im Detail siehe auch* ***Wissensleuchtturm*** *der 4.Klasse)*
Pythagoreische Formeln für Quadrat, Rhombus, Rechteck, gleichschenkeliges und gleichseitiges Dreieck anwenden können
Fortführung in Zerlegung eines räumlichen Körpers (Pyramide) in ebene Figuren und Anwenden des Pythag. LS in diesen
Umformen von Formeln
Herleiten von Beziehungen durch Äquivalenzumformungen

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:
Anwendung des Pythagoreischen Lehrsatzes in der Pyramide
Diagonalschnitt und Mittelschnitt anwenden können
in ebenen Figuren- Betrachten von rechtwinkeligen Teildreiecken- Zerlegung in weitere Figuren
Formeln mit Quadraten und Wurzeln umformen können
Entwickeln der Formeln für Höhen und Seitenkante sowie Diagonale
Hier trainierst du:
Das exakte Herleiten von Formeln aus einer Figurenskizze mittels Pythag. LS
Das exakte Umformen von Formeln mittels Äquivalenzumformungen
Das exakte Eingeben von Formeln in den Taschenrechner durch „Mitnahme“ aller Dezimalstellen der Teilergebnisse (aus dem Speicher)

Lösungen findest du ab Seite 9
Beachte den Theorieteil (Wissen) ab Seite 11 !

Als ersten Schritt machst du **eine genaue Skizze mit Beschriftungen!!!**
Leite die Formel **nun allgemein mit Variablen** her (ohne noch Zahlen einzusetzen)
Setze dann <u>am Ende erst in die allgemeine Formel</u> die konkreten gegebenen Zahlengrößen ein!!!
Achte, dass du in deinem Taschenrechner beim Einsetzen der Zahlen die Formel *in einem* ohne Zwischenergebnisse eingibst!!!

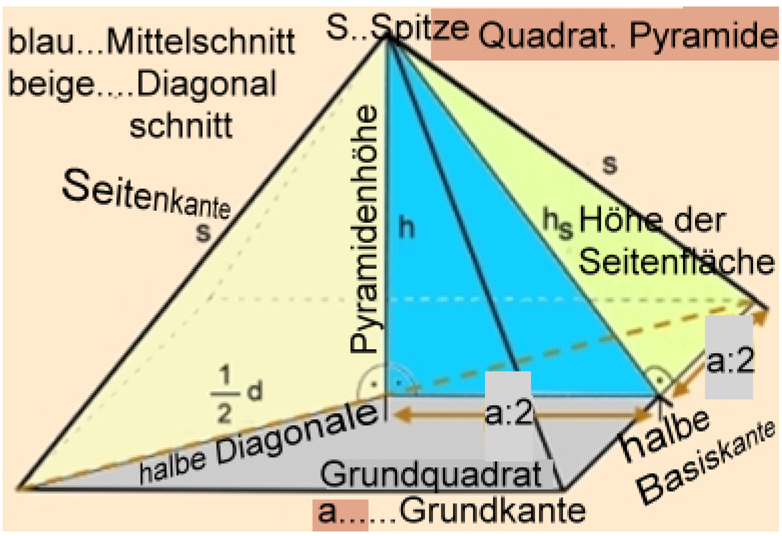
Kreuze die richtige Herleitungs-Formel in ⇦ ☐ an!

Ergänze die fehlenden Ziffern der zu berechnenden Größen im eingerahmten Ergebnisbalken !

Die Lösungsgrößen sind so wie im TR errechnet angegeben.

Hier trainierst du:
Das exakte Herleiten von Formeln aus einer Figurenskizze mittels Pythag LS
Das exakte Umformen von Formeln mittels Äquivalenzumformungen
Das exakte Eingeben von Formeln in den Taschenrechner durch „Mitnahme“ aller Dezimalstellen der Teilergebnisse (aus dem Speicher)

Am Ende findest du eine Formelübersicht aller möglichen Umformungen und Herleitungen.



Ü1

A

In einer regelmäßigen quadratischen Pyramide ist *die* Formel für die **Höhe eines Manteldreiecks (Dreieck einer Seitenfläche) allgemein herzuleiten,** wenn die Grundkante a sowie die Pyramidenhöhe gegeben ist!

Kreuze die richtige Formel an!

1.) $h_s = \sqrt{\frac{a^2}{2} + h^2}$ ⇦ ☐

2.) $h_s = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$ ⇦ ☐

3.) $h_s = 2 \cdot \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$ ⇦ ☐

B

Leite nun allgemein die Formel für **die Oberfläche O** der regelm. quadrat Pyramide her

Kreuze die richtige Formel an!

1.) $O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$ ⇦ ☐

2.) $O = a^2 \cdot 2 \cdot a \cdot h_s$ ⇦ ☐

3.) $O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h$ ⇦ ☐

4.) $O = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 2 \cdot a \cdot h$ ⇦ ☐

Formuliere nun die korrekt gefundene Formel **in Worten!!!** Argumentiere!
Mache dazu Skizzen!

C
Berechne nun

das **Volumen V**
die Oberfläche O der Pyramide,
wenn die Grundkante a sowie die Pyramidenhöhe h folgendermaßen gegeben ist:

$a = 19{,}9\ m$

$h = 67{,}2\ m$

Ergänze die Ziffern im Ergebnis

V= 70.6 4 m^3

O= 3 99.7 m^2

D

In einer regelmäßigen quadratischen Pyramide ist *die* Formel für die **Länge einer Seitenkante s allgemein herzuleiten,** wenn die Grundkante a sowie die Pyramidenhöhe gegeben ist!

Kreuze die richtige Formel an!

1.) $s = \sqrt{\frac{a^2}{2} \cdot h^2}$

2.) $s = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$

3.) $s = \sqrt{\frac{a^2}{2} + h^2}$

Berechne nun die Länge der Seitenkante s, wenn

$a = 19{,}9\ m$

$h = 67{,}2\ m$ wie vorhin gegeben.

Ergänze die Ziffern im Ergebnis

s = 6 . 57 m

Ü2

A1

In einer regelmäßigen quadratischen Pyramide ist *aus der* Formel für die **Höhe eines Manteldreiecks (einer Seitenfläche)** h_s (siehe Ü1 A)
die Formel für die **Pyramidenhöhe h** **allgemein herzuleiten**

1.) $h = \sqrt{s^2 + \frac{a^2}{2}}$ ⇦ ☐

2.) $h = \sqrt{h_s^2 - \frac{a^2}{2}}$ ⇦ ☐

3.) $h = \sqrt{h_s^2 - \frac{a^2}{4}}$ ⇦ ☐

4.) $h = \sqrt{s^2 + \frac{a^2}{4}}$ ⇦ ☐

5.) $h = \sqrt{s^2 - \frac{a^2}{2}}$ ⇦ ☐

A2

In einer regelmäßigen quadratischen Pyramide ist *aus der* Formel für die **Seitenkante s**
die Formel für die **Pyramidenhöhe h** **allgemein herzuleiten**

1.) $h = \sqrt{s^2 + \frac{a^2}{2}}$ ⇦ ☐

2.) $h = \sqrt{h_s^2 - \frac{a^2}{2}}$ ⇦ ☐

3.) $h = \sqrt{h_s^2 - \frac{a^2}{4}}$ ⇦ ☐

4.) $h = \sqrt{s^2 + \frac{a^2}{4}}$ ⇦ ☐

5.) $h = \sqrt{s^2 - \frac{a^2}{2}}$ ⇦ ☐

B

Berechne nun die Länge der Pyramidenhöhe h
wenn

$a = 37{,}74\ m$

$s = 31{,}63\ m$ gegeben.

Ergänze die Ziffern im Ergebnis

$h = 1\ .$ m

C

Berechne nun weiters mit deinen Resultaten aus B
die Länge der Höhe eines Manteldreiecks (einer Seitenfläche) h_s
die Fläche des Mantels M
das Pyramidenvolumen

wenn

$a = 37{,}74\ m$

$s = 31{,}63\ m$ wie vorhin gegeben.

Ergänze die Ziffern im Ergebnis

$h_s = 2\ .$ m

M = 1 6.03 m^2

V = 06 . m^3

Ü3

A

In einer regelmäßigen quadratischen Pyramide ist *aus der* Formel für das **Volumen** die Formel für die **Basiskante a** **allgemein herzuleiten**

$$a = \sqrt{\frac{V}{h}}$$

$$a = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{h}}$$

$$a = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{h^2}}$$

$$a = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{h_s}}$$

$$a = 3\sqrt{\frac{V}{h}}$$

B

Berechne nun die Länge der Seitenkante a wenn

$$V = 132{,}5676\, m^3$$

$$h = 9{,}13\, m \qquad \text{gegeben.}$$

Ergänze die Ziffern im Ergebnis

$\boxed{a = \quad , \quad m}$

C

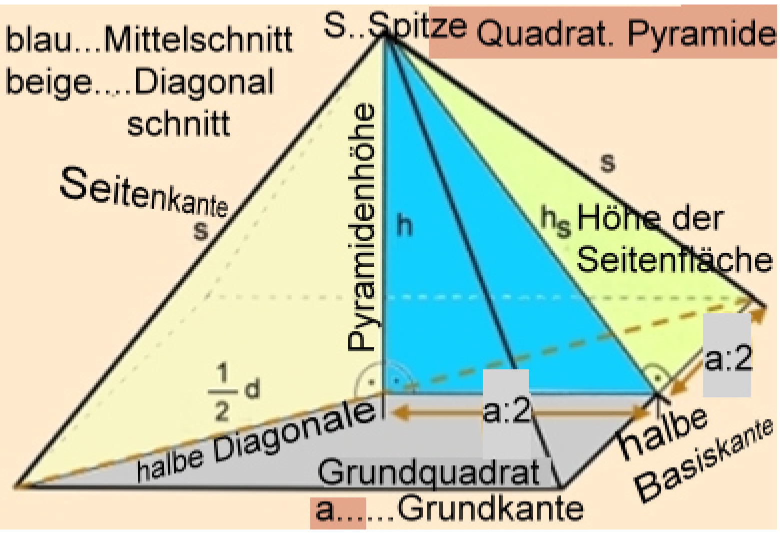
Berechne nun weiters mit deinen Resultaten aus B
die Länge der Höhe eines Manteldreiecks (einer Seitenfläche) h_s **,**
die Fläche des Mantels M
die Länge der Seitenkante s
wenn

$h = 9{,}13\ m$ wie vorhin gegeben.

$h_s =$ .7 m

M = 8.1 m^2

s = .253628 m



Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm 004

=Übungskapitel

Lösungen

Dezimalstellen mittels TI Nspire berechnet- am TR Dezimalstellenabweichung möglich!!!!

Ü1

A

2.) $h_s = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$ X

B

1.) $O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$ X

C

V= $8870.6240\,m^3$

h_s = 67.932632070309 m

O = 3099.7287563983 m^2

D

3.) $s = \sqrt{\frac{a^2}{2} + h^2}$ X

s = 68.657446792027 m

Ü2

A1

3.) $h = \sqrt{{h_s}^2 - \frac{a^2}{4}}$ X

A2

5.) $h = \sqrt{s^2 - \frac{a^2}{2}}$ X

B

h^2= 288.3031

h= 16.979490569508 m

C

h_s =25.384641025628m

M= 1916.0327046144 m^2

V = 8061.106247 m^3 TR   V = 8061.339154093 m^3 TI Nspire

Ü3

A

$$a = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{h}} \quad \Leftarrow \boxed{\mathbf{X}}$$

B

$a = 6{,}6\ m$

C

h_s = 9.7080842600381 m

M = 128.1467122325 m^2

s= 10.253628626004 m

Pyramidenformeln

$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$ $\qquad O = G + M \qquad O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$

$h_s = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$

$s = \sqrt{\frac{a^2}{2} + h^2}$

$s^2 = h^2 + \frac{a^2}{2} \qquad h^2 = s^2 - \frac{a^2}{2}$ für $h_s = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$

$M = 2 \cdot a \cdot h_s \qquad V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$

$a = \sqrt{\frac{3V}{h}} \qquad M = 2 \cdot a \cdot h_s \qquad h_s = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2} \qquad s = \sqrt{\frac{a^2}{2} + h^2}$