

**Mathe Leuchtturm**

**Übungsleuchtturm 003**

=Übungskapitel

4.Kl.- Ü klasse

## Anwendung des Satzes von Pythagoras

in ebenen Figuren

Teil 2- Berechnungen

Umformeln (Umformen von Formeln)

**Umformeln (Umformen von Formeln)**

**Erforderlicher Wissensstand** (->Stoffübersicht im Detail siehe auch **Wissensleuchtturm** der 4.Klasse)

Pythagoreische Formeln für Quadrat, Rhombus, Rechteck, gleichschenkeliges und gleichseitiges Dreieck anwenden können

Umformen von Formeln

Herleiten von Beziehungen durch Äquivalenzumformungen

**Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:**

Anwendung des Pythagoreischen Lehrsatzes in ebenen Figuren- Betrachten von rechtwinkligen Teildreiecken- Zerlegung in weitere Figuren

Formeln mit Quadraten und Wurzeln umformen können

**Hier trainierst du:**

Das exakte Herleiten von Formeln aus einer Figureskizze mittels Pythag LS

Das exakte Umformen von Formeln mittels Äquivalenzumformungen

Das exakte Eingeben von Formeln in den Taschenrechner durch „Mitnahme“ aller Dezimalstellen der Teilergebnisse (aus dem Speicher)

**Lösungen findest du auf Seite 8**

**Beachte den Theorieteil (Wissen) auf Seite 7 !**

Als ersten Schritt machst du **eine genaue Skizze mit Beschriftungen!!!**

Leite die Formel **nun allgemein mit Variablen** her (ohne noch Zahlen einzusetzen)

**Setze dann am Ende erst in die allgemeine Formel die konkreten gegebenen Zahlengrößen ein!!!**

**Achte, dass du in deinem Taschenrechner beim Einsetzen der Zahlen die Formel in einem ohne Zwischenergebnisse eingibst!!!**

Gib in  an, ob die berechnete Größe korrekt angegeben ist.

**Die Lösungsgrößen sind so wie im TR errechnet angegeben.**

#### **Hier trainierst du:**

Das exakte Herleiten von Formeln aus einer Figurenskizze mittels Pythag LS

Das exakte Umformen von Formeln mittels Äquivalenzumformungen

Das exakte Eingeben von Formeln in den Taschenrechner durch „Mitnahme“ aller Dezimalstellen der Teilergebnisse (aus dem Speicher)


## Ü1

Im **gleichseitigen Dreieck** ist die Formel für die Höhe  $h$  allgemein herzuleiten, wenn die Seite  $a$  gegeben ist!


Berechne die Dreiecksbasishöhe, wenn

1.)  $a = 13,3\text{cm}$

Setze dann am Ende erst in die allgemeine Formel ein!!! (siehe oben)

$h = 11,518137870333\text{ cm}$  

2.)  $a = 19,9\text{m}$

$h = 17.3349854345\text{ cm}$  


## Ü2


Im **gleichseitigen Dreieck** ist die Formel für die **Fläche** allgemein herzuleiten, wenn die Seite  $a$  gegeben ist und die Formel für die Höhe bekannt ist!!

Berechne die **Dreiecksfläche**, wenn

1.)  $a = 13,3\text{ cm}$

Setze dann am Ende erst in die allgemeine Formel ein!!!

$A = 66.595616837716\text{ cm}^2$  

2.)  $a = 19,9\text{m}$  

$A = 171,7743601\text{ cm}^2$

*Bemerkung: Aufbauend auf Ü1 und Ü2 hast du nun schon eventuell die Formeln hergeleitet. Falls du Ü3 und Ü4 „alleine“ machst, musst du erst die Formel, die du dann umformen sollst, mit einer Skizze herleiten.*

Ü3

Im **gleichseitigen Dreieck** ist **aus der Formel für die Höhe die Seite a** herzuleiten. (du musst also zuerst „Umformeln“!!)

Berechne die Länge der Seite a, wenn  $h = 17,22 \text{ m}$

$$a = 19.883943270891 \text{ m}$$



Ü4

Im **gleichseitigen Dreieck** ist **aus der Formel für die Fläche die Seite a** herzuleiten.

Berechne die Länge der Seite a, wenn  $A = 2594704.9519916 \text{ dm}^2$

$$a = 2477,9 \text{ dm}$$



---

**Die Herleitungen der Formeln für Ü3 und Ü4 findest du im Lösungsteil zur Kontrolle!!**

Ü5

Im **gleichschenkeligen Dreieck** ist die Formel allgemein für die Basishöhe herzuleiten, wenn die Seite  $a$  sowie die Basis  $c$  bekannt sind!

1.)

Berechne die Länge der **Basishöhe**, wenn

$$a = 387\text{mm} \quad c = 213\text{mm}$$

$$h = 372.05745524045\text{ mm}$$



2.)

Berechne anschließend den Flächeninhalt dieses **gleichschenkeligen Dreiecks**

$$A = 39624.218983108\text{ mm}^2$$



3.)

**Leite nun aus der Flächenformel des (gleichschenkeligen) Dreiecks allgemein die Länge der Seitenhöhe  $h_a$  her!**

Berechne dann **die Länge dieser Seitenhöhe  $h_a$  !**

$$h_a = 204.77580869823\text{ mm}$$



Ü6

Im **gleichschenkeligen Dreieck** ist die Formel für die Basis  $c$  herzuleiten, wenn die Seite  $a$  sowie die Basishöhe bekannt sind!

Berechne die Länge der Basis  $c$ , wenn

$$a = 17,7 \text{ cm}$$

$$h_c = 8,3 \text{ cm}$$

$$c = 31.26659559338 \text{ cm}$$



Ü7

Im **Rhombus (Raute)** ist die Formel für die Seite  $a$  herzuleiten, wenn die beiden Diagonalen bekannt sind!

Berechne die Länge der **Seite a**, wenn

$$e = 34,3 \text{ cm}$$

$$f = 47,7 \text{ cm}$$

$$a = 29.379999999 \text{ cm}$$



Ü8

Im **Rhombus (Raute)** ist die Formel für jeweils eine Diagonale herzuleiten, wenn die Seite  $a$  und die andere Diagonale bekannt ist!

Berechne die Länge der **Diagonale e**, wenn

$$a = 19,7 \text{ m}$$

$$f = 13,6 \text{ m}$$

$$e = 66.97837205719 \text{ m}$$



## Formeln

### Dreiecksflächenformel

$$A = \frac{\text{Grundlinie} \cdot \text{dazugehöriger Höhe}}{2}$$

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

für **gleichschenkeliges**:  $A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$

---

### gleichschenkeliges Dreieck

$$h_c = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} \quad A = \frac{c \cdot h_c}{2} \quad \text{aus } A = \frac{a \cdot h_a}{2} \Rightarrow h_a = \frac{2A}{a}$$

$$\text{aus } a^2 = h_c^2 + \frac{c^2}{4} \Rightarrow \left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2 - h_c^2 \Rightarrow c = 2 \cdot \sqrt{a^2 - h_c^2} \quad A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

### gleichseitiges Dreieck

$$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \quad A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$$

### Rhombus ( Raute)

$$a = \sqrt{\frac{e^2}{4} + \frac{f^2}{4}} \Rightarrow e^2 + f^2 = 4a^2 \quad e = \sqrt{4a^2 - f^2} \quad f = \sqrt{4a^2 - e^2}$$

# Lösungen

## 003

### Übungsleuchtturm

**Falsche Aussagen sind eingerahmt und korrigiert = richtig gestellt  
wahre sind unverändert notiert!!**

Ü1

1.)



$$h = 11,518137870333 \text{ cm}$$

2.)



$$h = 17.233905535311 \text{ cm}$$

Ü2

1.)



$$A = 76.595616837716 \text{ cm}^2$$

2.)



$$A = 171.47736007634 \text{ cm}^2$$



Ü3



$$a = 19.883943270891 \text{ m}$$

$$a = \frac{2h}{\sqrt{3}}$$

Ü4



$$a = 2447,9 \text{ dm}$$

$$a = \sqrt{\frac{4A}{\sqrt{3}}}$$

Ü5

1.)



$$h = 372.05745524045 \text{ mm}$$

2.)



$$A = 39624.118983108 \text{ mm}^2$$

Ü5 3.)



$$h_a = 204.77580869823 \text{ mm}$$

$$h_a = \frac{2A}{a}$$

Ü6



$$c = 31.26659559338 \text{ cm}$$

Ü7



$$a = 29.375925517335 \text{ cm}$$

Ü8



$$e = 36.97837205719 \text{ m}$$