Mathe Leuchtturm
Übungsleuchtturm 002
=Übungskapitel

4.Klasse und UE klasse

Anwendung des Satzes von Pythagoras

in ebenen Figuren

Umformeln (Umformen von Formeln)

Umformeln (Umformen von Formeln)

Teil 1- allgemeine Herleitungen

Erforderlicher Wissensstand *(->Stoffübersicht im Detail siehe auch* ***Wissensleuchtturm*** *der 4.Klasse)*
Pythagoreische Formeln für Quadrat, Rhombus, Rechteck, gleichschenkeliges und gleichseitiges Dreieck anwenden können
Umformen von Formeln
Herleiten von Beziehungen durch Äquivalenzumformungen

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:
Anwendung des Pythagoreischen Lehrsatzes in ebenen Figuren- Betrachten von rechtwinkeligen Teildreiecken- Zerlegung in weitere Figuren
Formeln mit Quadraten und Wurzeln umformen können

Lösungen findest du auf Seite 6
Beachte den Theorieteil (Wissen) auf Seite 5 und Seite 7 !

Ordne den folgenden Formeln den richtigen Herleitungstext (2.Blatt) sowie den Zwischenschritt der Herleitung (3.Blatt) zu!!!!

*Mache am Beginn eine genaue **Skizze mit Beschriftungen**!*

1.) $d=\sqrt{2a^2}=a\cdot\sqrt{2}$

2.) $d=\sqrt{a^2+b^2}$

3.) $b=\sqrt{d^2-a^2}$

4.) $a=\sqrt{d^2-b^2}$

5.) $h=\frac{a}{2}\cdot\sqrt{3}$

6.) $A=\frac{a^2}{4}\cdot\sqrt{3}$

7.) $h_c=\sqrt{a^2-\left(\frac{c}{2}\right)^2}=\sqrt{a^2-\frac{c^2}{4}}$

8.) $c=2\cdot\sqrt{a^2-h_c{}^2}$

9.) $a=\sqrt{\frac{e^2}{4}+\frac{f^2}{4}}$

10.) $e=\sqrt{4a^2-f^2}$

11.) $f=\sqrt{4a^2-e^2}$

Forme dann die Formeln 5,6 und 7 um!!!--> siehe Seite 3 unten!!!

Text zur Zuordnung:

A Im ***gleichseitigen Dreieck*** ist *die* Formel für die Höhe herzuleiten, wenn die Seite a gegeben ist!

B Im **Rhombus (Raute)** ist die Formel für die Diagonale e herzuleiten, wenn die Seite a und die andere Diagonale f bekannt ist!

C Im **gleichseitigen Dreieck** ist die Formel für die Fläche herzuleiten, wenn die Seite a gegeben ist und die Formel für die Höhe bekannt ist!!

D Im ***Quadrat*** ist die Formel für die Diagonale d herzuleiten, wenn *die Seite a gegeben ist*

E Im **gleichschenkeligen Dreieck** ist die Formel für die Basishöhe herzuleiten, wenn die Seite a sowie die Basis bekannt sind!

F Im **gleichschenkeligen Dreieck** ist die Formel für die Basis c herzuleiten, wenn die Seite a sowie die Basishöhe bekannt sind!

G Im ***Rechteck*** ist die Länge der Seite a herzuleiten, wenn die Diagonale und die Seite b gegeben ist.

H Im **Rhombus (Raute)** ist die Formel für die Seite a herzuleiten, wenn die beiden Diagonalen bekannt sind!

I Im ***Rechteck*** ist die Länge der Seite b herzuleiten, wenn die Diagonale und die Seite a gegeben ist.

J Im ***Rechteck*** ist die Formel für die Diagonale d herzuleiten*, wenn die Seiten a und b gegeben sind*

K Im **Rhombus (Raute)** ist die Formel für die Diagonale f herzuleiten, wenn die Seite a und die andere Diagonale e bekannt ist!

Zwischenschritte für die Herleitungen:

11 $a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{3a^2}{4}$

22 $A = \frac{a \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}}{2}$ *und Doppelbruch auflösen*!

33 $a^2 = h_c^{\ 2} + \frac{c^2}{4}$

44 *aus* $a^2 = h_c^{\ 2} + \frac{c^2}{4} \Rightarrow \left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2 - h_c^{\ 2} \quad \Rightarrow c = 2 \cdot \sqrt{a^2 - h_c^{\ 2}}$

55 $\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = a^2$

66 $a = \sqrt{\frac{e^2}{4} + \frac{f^2}{4}} \Rightarrow e^2 + f^2 = 4a^2 \qquad e = \sqrt{4a^2 - f^2}$

77 $a = \sqrt{\frac{e^2}{4} + \frac{f^2}{4}} \Rightarrow e^2 + f^2 = 4a^2 \quad f = \sqrt{4a^2 - e^2}$

Forme die folgenden Formeln auf die gefragte Größe um:

5.) $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \quad \rightarrow a = ?$

6.) $A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} \quad \rightarrow a = ?$

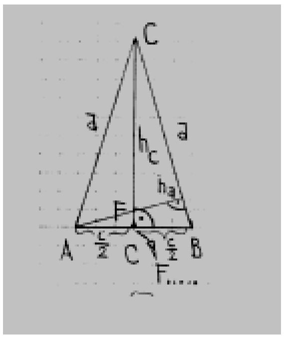
7.) $h_c = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} \to a = ? \quad c = ?$

Skizzen zur Orientierung:

Theorie- Wissen:

gleichschenkeliges Dreieck:

Höhe h_c *halbiert die Basis c* $\quad h_b = h_a \quad a = b \quad \alpha = \beta \neq \gamma \quad$ *Winkel der* **B***asis gleich groß*

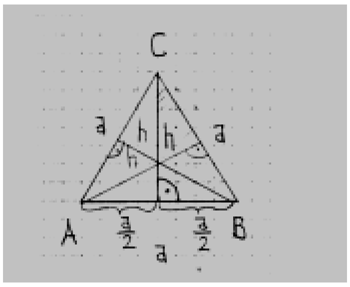


gleichseitiges Dreieck:

alle Seiten und Höhen gleich lang

alle 3 Winkel 60^o

Höhe h_c *halbiert die Basis c* $\quad h_b = h_a = h_c \quad a = b = c \quad \alpha = \beta = \gamma \quad$ *Winkel gleich groß*

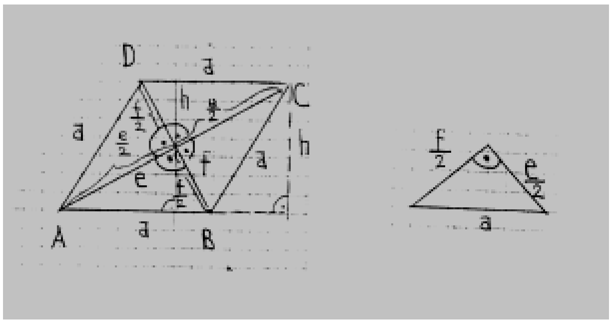


Rhombus (Raute)

Diagonalen halbieren einander und stehen aufeinander normal

sie teilen die Raute in 4 kongruente Dreiecke

alle Seiten gleich lang- „verzerrtes" Quadrat!!!!



Übungsleuchtturm **002**
=Übungskapitel

1-D
2-J
3-I
4-G
5-A-11
6-C-22
7-E-33
8-F-44
9-H-55
10-B-66
11-K-77

Forme die folgenden Formeln auf die gefragte Größe um:

5.) $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \quad \rightarrow a = \frac{2h}{\sqrt{3}}$

6.) $A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} \quad \rightarrow a = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\sqrt{3}}}$

7.) $h_c = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} \rightarrow a = \sqrt{{h_c}^2 + \frac{c^2}{4}} \quad c = \sqrt{4a^2 - 4{h_c}^2} \quad c = 2 \cdot \sqrt{a^2 - {h_c}^2}$

Übersicht und Formeln- Theorie

Der Satz von Pythagoras-Kathetensatz und Höhensatz im rechtwinkeligen Dreieck

Kathetensatz	$a^2 = c \cdot p$	$b^2 = c \cdot q$	***Höhensatz***	$h^2 = p \cdot q$

$\frac{a^2}{p} = c \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2} \qquad \frac{b^2}{c} = q \qquad h_c = \sqrt{a^2 - p^2}$

$h_c = \sqrt{b^2 - q^2}$

$h = \sqrt{p \cdot q} \qquad \frac{b^2}{q} = c \qquad \frac{a^2}{c} = p \qquad a = \sqrt{c \cdot p} \qquad b = \sqrt{c \cdot q}$

$h^2 = p \cdot q$

Anwendung des pythagoräischen Lehrsatzes in ebenen Figuren

Rechteck

$d = \sqrt{a^2 + b^2}$

Quadrat

$d = \sqrt{2a^2} = a \cdot \sqrt{2}$ aus $a^2 + a^2 = d^2$

gleichschenkeliges Dreieck

$$h_c = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} \qquad A = \frac{c \cdot h_c}{2} \qquad ausA = \frac{a \cdot h_a}{2} \Rightarrow h_a = \frac{2A}{a}$$

$$aus \quad a^2 = h_c^{\ 2} + \frac{c^2}{4} \Rightarrow \left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2 - h_c^{\ 2} \quad \Rightarrow c = 2 \cdot \sqrt{a^2 - h_c^{\ 2}} \qquad A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

gleichseitiges Dreieck

$$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \qquad A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$$

Rhombus (Raute)

$$a = \sqrt{\frac{e^2}{4} + \frac{f^2}{4}} \Rightarrow e^2 + f^2 = 4a^2 \qquad e = \sqrt{4a^2 - f^2} \qquad f = \sqrt{4a^2 - e^2}$$