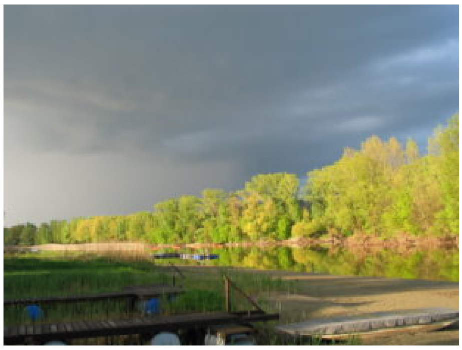
Mathe Leuchtturm
Übungsleuchtturm 021
=Übungskapitel



Die binomischen Formeln

Erforderlicher Wissensstand *(->Stoffübersicht im Detail und know -how-Theorie ->siehe auch* ***Wissensleuchtturm*** *der UE-und 3.Kl.)*

Kenntnis des Begriffs der Potenz
Ordnen und Zusammenfassen von Grundpotenzen (Multiplikation von Variablen oder Zahlen, die zu Potenzen führen)
Zusammenfassen einer Addition oder Subtraktion von Potenzen (mit gemischten Gliedern)
Regeln für das Multiplizieren und Dividieren von Potenzen gleicher Basis
Regel für das Ausmultiplizieren zweier Binome- „Produktklammern“(2 Arten)->“jedes Glied mit jedem“
Die Binomischen Formeln- Anwendung der Formel; Einsetzen in die Formeln

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Training für das Einsetzen in ***die Binomischen Formeln-in Zusammenhang mit den Potenzregeln beim Quadrieren und der Anwendung der Probe mittels Ausmultiplizieren zweier Binome***

In den Binomischen Formeln „verpackt“ werden die Regeln für das *Multiplizieren und Dividieren von Potenzen gleicher Basis sowie das Zusammenfassen wiederholt und gefestigt*

Alle Formeln, Erklärungen und Musterbeispiele (ab S 18) zu diesem Übungsleuchtturm findest du wie gewohnt hier im Lösungsteil (ab S 10)!! Die entsprechende Musterbeispielnummer ist bei den Beispielen angemerkt.

Lösungen findest du ab Seite 10
Beachte die ausführlichen Musterbeispiele mit erklärtem Theorieteil (Wissen) ab Seite 18 !

Ermittle die richtige (n) Lösung(en) die sich aus der Anwendung und in das Einsetzen der jeweils passenden korrekten Binomischen Formel ergibt!!
Es muss nicht immer pro Übung eine Lösung zutreffen;oft sind auch mehrere Lösungen richtig. Eine Lösung kann auch eine andere Art der Darstellung der Angabe sein.

Die richtig angeordnete chronologische Reihenfolge der Ziffern ergibt einen Code.
Schreibe als Probe die Angabe anders an und multipliziere die Binome aus!

Ü1 $(5x+4y)^2 =$

$25x \quad +40xy+16 \to 6$ $25x^2+40xy+16y^2 \to 7$ $25x^2+25xy+16y \to 5$

$25x^2+40xy+16y \to 3$

Ü2 $(7c-11d)^2 =$

$49c^2+154cd-121d^2 \to 4$ $7c^2-154cd+121d^2 \to 3$ $49c^2-154cd+121d^2 \to 1$

$49c^2-154cd+11d^2 \to 0$

Ü2-1 $(7cy-11dx)^2 =$

$49c^2y^2-154cdxy-121d^2x^2 \to 9$ $49c^2y^2-154cdxy+121d^2x^2 \to 8$

$49c^2y^2-154cdxy+11^2d^2x^2 \to 2$ $49c^2y \quad -154cdxy+121d^2x^2 \to 3$

$49c^2y^2-154cdxy+121d \quad x^2 \to 9$

Ü2-2 $(7cy-11dxg)^2 =$ **sieheMusterbeispiel Nr.002**

$49c^2y^2-154cdgxy+121d^2x^2g^2 \to 2$ $(7cy)^2-154cdgxy+121d^2x^2g^2 \to 8$

$49c^2y^2-77cdgxy+121d^2x^2g^2 \to 1$ $49c^2y^2-154cdgxy-121d^2x \quad g^2 \to 3$

$49c^2y^2-154cdgxy+121d^2x \quad g^2 \to 1$

Ü2-3 **spicy chilli**Hier wiederholst du die Potenzregeln

$$\left(7c^4y^2-11d^3x^4\right)^2=$$

$$49c^4\cdot c^4\cdot y^4-154c^4d^3x^4y^2+121d^6x^8\rightarrow 8$$
$$49c^{16}y^4-154c^4d^3x^4y^2+121d^9x^{16}\rightarrow 0$$
$$49c^8y^4-154c^4d^3x^4y^2+121d^6x^8\rightarrow 2$$
$$49c^8y^4-154c^4d^3x^4y^2+121d^3\cdot d^3\cdot x^4\cdot x^4\rightarrow 8$$

Ü2-4 $\left(\frac{3}{13}j^3+l^4x^5\right)^2$ = **siehe Musterbeispiel Nr.003**

$$\frac{9}{169}j^6+\frac{6}{13}j^3l^4x^5+l^8x^{10}\rightarrow 4\quad \frac{9}{13}j^6+\frac{6}{13}j^3l^4x^5+l^8x^{10}\rightarrow 9$$
$$\frac{9}{169}j^6+\frac{6}{13}j^3l^4x^5+l^4x^{10}\rightarrow 1\quad (\frac{9}{169}j^3)^2+\frac{6}{13}j^3l^4x^5+l^8x^{10}\rightarrow 5$$

Ü3 $\left(\frac{13}{15}a+5cd\right)^2=$

$$\frac{169}{225}a^2+\frac{26}{3}acd+25c^2d^2\rightarrow 9\quad \frac{13}{225}a^2+\frac{26}{3}acd+25c^2d^2\rightarrow 7$$
$$\frac{169}{225}a^2+\frac{65}{15}acd+25c^2d^2\rightarrow 2\quad \frac{169}{15}a^2+\frac{26}{3}acd+25c^2d\quad\rightarrow 1$$
$$\left(\frac{13a}{15}\right)^2+\frac{26}{3}acd+(5c\ \ d)^2\rightarrow 0$$

Ü3-1 $\left(\frac{13}{15}a^2+5c^3d^4\right)^2=$

$\frac{169}{225}a^4+\frac{26}{3}a^2c^3d^4+5c^6d^8\rightarrow 6$ $\frac{169}{225}a^4+\frac{26}{3}a^2c^3d^4+25c^6d^8\rightarrow 4$

$\frac{169}{225}a^4+\frac{26}{3}a^2c^3d^4-25c^6d^8\rightarrow 8$ $\frac{13}{15}a^4+\frac{26}{3}a^2c^3d^4+25c^6d^8\rightarrow 7$

Ü4 $\left(\frac{4}{7}r+\frac{11}{13}s\right)^2=$ **siehe Musterbeispiel Nr.004**

$\frac{16r^2}{49}-\frac{88rs}{91}-\frac{121s^2}{169}\rightarrow 2$ $\frac{16}{49}r^2+\frac{88rs}{91}+\frac{121s^2}{169}\rightarrow 5$

$\frac{16}{49}r^2+\frac{88}{91rs}+\frac{121s^2}{169}\rightarrow 9$ $\frac{16}{49}r^2+\frac{88rs}{91}+\frac{121}{169}s^2\rightarrow 2$

$\frac{16r^2}{49}+\frac{88rs}{91}+\frac{121s^2}{169}\rightarrow 3$ $\frac{16r^2}{49}-\frac{44rs}{91}+\frac{121s^2}{169}\rightarrow 6$

Ü5 $\left(2a-\frac{3}{5}b\right)^2=$

$4a^2-\frac{12ab}{5}+\frac{9b^2}{25}\rightarrow 5$ $\frac{9}{25}b^2+4a^2-\frac{12ab}{5}\rightarrow 1$ $4a^2-\frac{12ab}{5}+\frac{(3b)^2}{5}\rightarrow 3$

$2a^2-\frac{12ab}{5}+\frac{9b^2}{25}\rightarrow 7$ $2a^2-\frac{12ab}{5}+\frac{9b^2}{25}b^2\rightarrow 0$

Ü6 $\left(\frac{3}{8}x+0.6y\right)^2=$

$\frac{9x^2}{64}+\frac{45}{100}xy+0{,}36y^2\rightarrow 6$ $\frac{9x^2}{64}+\frac{9}{10}xy+0{,}36y^2\rightarrow 1$ $\frac{9x^2}{64}+0{,}45xy+0{,}36y^2\rightarrow 0$

$\frac{9x^2}{64}+\frac{9}{20}xy+0{,}36y^2\rightarrow 2$ $\frac{9x^2}{64}+\frac{9}{20}x^2y+0{,}36y^2\rightarrow 7$

Ü7 $\left(7x^4 - 6y^6\right)^2 =$

$49x^8 - 84x^4y^6 + 36y^{12} \to 8$ $7x^8 - 84x^4y^6 - 6y^{12} \to 5$

$49x^8 - 42x^4y^6 + 36y^{12} \to 1$ $49x^8 - 84x^4y^6 + (y^6)^2 \to 7$

$(7x^4)^2 - 84x^4y^6 + (y^6)^2 \to 4$

Ü8 $\left(\frac{4}{5}f^5 + \frac{3}{20}g^3\right)^2 =$

$\frac{16f^{10}}{25} + \frac{6}{25}f^5g^3 + \frac{9g^6}{400} \to 7$ $\frac{16f^{10}}{25} + 0{,}12f^5g^3 + \frac{9g^6}{400} \to 1$

$\frac{16f^{10}}{25} + 0{,}12f^5g^3 + \frac{9}{400}g^6 \to 3$ $\frac{0{,}64f^{10}}{1} + 0{,}12f^5g^3 + \frac{9g^6}{400}. \to 5$

Ü9 $(4w+7z)(4w-7z) =$ **siehe Musterbeispiel Nr.005**

$16w^2 - 49z^2 \to 2$ $(4w+7z)^2 \to 0$ $(4w)^2 - (7z)^2 \to 6$

$4w^2 - 7z^2 \to 8$

Ü10 $(8r+9s)(8r-9s) =$ **siehe Musterbeispiel Nr.005**

$(8r-9s)^2 \to 0$ $64r^2 + 81s^2 \to 1$ $64r^2 - 81s^2 \to 6$

$(8r)^2 - (9s)^2 \to 2$

Ü11 $\left(\frac{7}{11}v - \frac{4}{13}w\right)\left(\frac{7}{11}v + \frac{4}{13}w\right) =$ **siehe Musterbeispiel Nr.006**

$\frac{49v^2}{11} - \frac{16w^2}{169} \to 5$ $\frac{(7v)^2}{11^2} - \frac{(4w)^2}{13^2} \to 4$

$\frac{49v^2}{121} + \frac{16w^2}{169} \to 1$ $\frac{7v^2}{121} - \frac{4w^2}{169} \to 2$ $\frac{49v^2}{121} - \frac{16w^2}{169} \to 9$

Ü12 $\frac{121}{144}s^2-\frac{1}{36}t^2=$ **siehe Musterbeispiel Nr.007**

$\left(\frac{11}{12}s-\frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s-\frac{1}{6}t\right)\to 1$ $\left(\frac{11}{12}s+\frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s+\frac{1}{6}t\right)\to 3$ $\left(\frac{11}{12}s^2-\frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s^2+\frac{1}{6}t\right)\to 8$

$\left(\frac{11}{12}s^2-\frac{1}{6}t^2\right)\left(\frac{11}{12}s^2+\frac{1}{6}t^2\right)\to 0$ $\left(\frac{11}{12}s-\frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s+\frac{1}{6}t\right)\to 7$

Ü13 $\frac{121}{144}s^2+\frac{1}{36}t^2=$

$\left(\frac{11}{12}s-\frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s+\frac{1}{6}t\right)\to 1$ $\left(\frac{11}{12}s-\frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s-\frac{1}{6}t\right)\to 8$

$\left(\frac{11}{12}s+\frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s+\frac{1}{6}t\right)\to 0$ $\left(\frac{11}{12}s^2-\frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s^2+\frac{1}{6}t\right)\to 3$

$\left(\frac{11}{12}s^2-\frac{1}{6}t^2\right)\left(\frac{11}{12}s^2+\frac{1}{6}t^2\right)\to 4$

Ü14 $169v^2-\frac{9}{4}k^2=$

$\left(13v-\frac{9}{4}k\right)^2\to 3$ $\left(13v+\frac{9}{4}k\right)^2\to 6$ $\left(13v-\frac{3}{2}k\right)\left(13v+\frac{3}{2}k\right)\to 7$ $(13v)^2-\left(\frac{3}{2}k\right)^2\to 5$

$\left(13v+\frac{3}{2}k\right)^2\to 2$ $\left(169v-\frac{9}{4}k\right)\left(169v+\frac{9}{4}k\right)\to 9$

Ü15 $\left(\frac{1}{6}v+\frac{3}{8}z\right)^2 =$

$\frac{1}{36}v^2+\frac{1}{8}vz+\frac{(3z)^2}{8} \rightarrow 1$ $\frac{1}{36}v^2+\frac{3}{48}vz+\frac{(3z)^2}{64} \rightarrow 3$

$\frac{1}{36}v^2+\frac{3}{48}vz+\frac{3z^2}{64} \rightarrow 8$ $\frac{1}{36}v^2+\frac{1}{8}vz+\frac{3z^2}{64} \rightarrow 3$ $\frac{v^2}{36}+\frac{vz}{8}+\frac{9z^2}{64} \rightarrow 7$

$\frac{1}{36}v^2+\frac{1}{8}vz+\frac{(3z)^2}{64} \rightarrow 2$

Ü16 $\left(3x^5-2y^4\right)^2 =$

$9x^{10}-12x^5y^4-4y^8 \rightarrow 5$ $9x^{10}-12x^5y^4+4y^8 \rightarrow 4$ $9x^{25}-12x^5y^4+4y^8 \rightarrow 1$

$3x^{25}-x^5y^4+4y^8 \rightarrow 0$ $9x^{10}-12x^5y^4+(2y^4)^2 \rightarrow 7$ $9x^{10}-12x^5y^4-(2y^4)^2 \rightarrow 4$

Ü17 $\left(\frac{4}{3}f-\frac{2}{9}g\right)^2 =$

$\frac{16}{3}f^2-\frac{16}{27}fg+\frac{4g^2}{81} \rightarrow 8$ $\frac{16}{9}f^2-\frac{16}{27fg}+\frac{4g^2}{81} \rightarrow 4$ $\frac{16}{9}f^2-\frac{16}{27}fg-\frac{4g^2}{81} \rightarrow 3$

$1{,}7f^2-0{,}59259fg-\frac{0{,}049g^2}{1} \rightarrow 2$ $\left(\frac{4}{3}f-\frac{2}{9}g\right)\left(\frac{4}{3}f+\frac{2}{9}g\right) \rightarrow 1$

Ü18 $(a+b)^2-(a-b)(a+b)+(a-b)^2 =$

$a^2-3b^2 \rightarrow 1$ $a \quad -3b^2 \rightarrow 7$ $(a+b)^2 \rightarrow 8$ $a^2+3b^2 \rightarrow 0$ $(a+b)^2-(a-b)^2 \rightarrow 3$ $a^2+b^2 \rightarrow 3$

$a^2+b^2-b \rightarrow 4$

Ü19 $\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)\cdot\left(0.243n-\frac{8}{9}p\right)=$

$0{,}059049n^2-0{,}79012345679p^2 \rightarrow 9$ $0{,}059049n^2-\frac{64}{81}p^2 \rightarrow 3$ $(0{,}243n)^2-\left(\frac{8}{9}p\right)^2 \rightarrow 6$

$(0{,}243n)^2+\left(\frac{8}{9}p\right)^2 \rightarrow 4$ $0{,}059049n^2+0{,}79012345679p^2 \rightarrow 3$ $\left(0.243n-\frac{8}{9}p\right)^2 \rightarrow 0$

$\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)^2 \rightarrow 1$

Ü20 $\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)\cdot\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)=$

$0{,}059049n^2-0{,}79012345679p^2 \rightarrow 3$ $0{,}059049n^2-\frac{64}{81}p^2 \rightarrow 6$ $(0{,}243n)^2-\left(\frac{8}{9}p\right)^2 \rightarrow 4$

$(0{,}243n)^2+\left(\frac{8}{9}p\right)^2 \rightarrow 7$ $0{,}059049n^2+0{,}79012345679p^2 \rightarrow 9$ $\left(0.243n-\frac{8}{9}p\right)^2 \rightarrow 1$

$\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)^2 \rightarrow 9$

Ü21 $\left(0.243n^3+\frac{8}{9}p^4\right)\left(0.243n^3-\frac{8}{9}p^4\right)=$

$0{,}059049n^9-\frac{64}{81}p^{16} \rightarrow 7$ $0{,}059049n^6-0{,}79012345679p^8 \rightarrow 9$ $0{,}059049n^6-\frac{64}{81}p^8 \ . \rightarrow 9$

$(0{,}243n^3)^2-\left(\frac{8}{9}p^4\right)^2 \rightarrow 5$ $\left(0.243n^3+\frac{8}{9}p^4\right)^2 \rightarrow 7$

Normales Berechnen

Ü22

Berechne nach den Binomischen Formeln durch Einsetzen.
Alternativtext: ***Berechne nach einer dir bekannten Formel ohne die Binome auszumultiplizieren!***

Schreibe als Probe die Angabe anders an und multipliziere die Binome aus!

$$\left(3.43h^2d+\frac{8}{9}v^3w^7\right)^2=$$

Lösungen

Übungsleuchtturm 021

Die richtig angeordnete chronologische Reihenfolge der Ziffern ergibt einige der ersten Nachkommastellen der Eulerschen Zahl e.

e = 2,...

Ü1 $(5x+4y)^2 =$

$25x \quad +40xy+16 \rightarrow 6$ $\boxed{25x^2+40xy+16y^2 \rightarrow 7}$ $25x^2+25xy+16y \rightarrow 5$

$25x^2+40xy+16y \rightarrow 3$

Ü2 $(7c-11d)^2 =$

$49c^2+154cd-121d^2 \rightarrow 4$ $7c^2-154cd+121d^2 \rightarrow 3$ $\boxed{49c^2-154cd+121d^2 \rightarrow 1}$

$49c^2-154cd+11d^2 \rightarrow 0$

Ü2-1 $(7cy-11dx)^2 =$

$49c^2y^2-154cdxy-121d^2x^2 \rightarrow 9$ $\boxed{49c^2y^2-154cdxy+121d^2x^2 \rightarrow 8}$

$\boxed{49c^2y^2-154cdxy+11^2d^2x^2 \rightarrow 2}$ $49c^2y \quad -154cdxy+121d^2x^2 \rightarrow 3$

$49c^2y^2-154cdxy+121d \quad x^2 \rightarrow 9$

Ü2-2 $(7cy-11dxg)^2 =$ **siehe Musterbeispiel Nr.002**

$\boxed{49c^2y^2-154cdgxy+121d^2x^2g^2 \rightarrow 2}$ $\boxed{(7cy)^2-154cdgxy+121d^2x^2g^2 \rightarrow 8}$

$49c^2y^2-77cdgxy+121d^2x^2g^2 \rightarrow 1$ $49c^2y^2-154cdgxy-121d^2x \quad g^2 \rightarrow 3$

$49c^2y^2-154cdgxy+121d^2x \quad g^2 \rightarrow 1$

Ü2-3 **spicy chilli**Hier wiederholst du die Potenzregeln

$$\left(7c^4y^2-11d^3x^4\right)^2=$$

$$\boxed{49c^4\cdot c^4\cdot y^4-154c^4d^3x^4y^2+121d^6x^8\to 8}$$

$$49c^{16}y^4-154c^4d^3x^4y^2+121d^9x^{16}\to 0$$

$$\boxed{49c^8y^4-154c^4d^3x^4y^2+121d^6x^8\to 2}$$

$$\boxed{49c^8y^4-154c^4d^3x^4y^2+121d^3\cdot d^3\cdot x^4\cdot x^4\to 8}$$

Ü2-4 $\left(\frac{3}{13}j^3+l^4x^5\right)^2$ = **siehe Musterbeispiel Nr.003**

$$\boxed{\frac{9}{169}j^6+\frac{6}{13}j^3l^4x^5+l^8x^{10}\to 4}\quad \frac{9}{13}j^6+\frac{6}{13}j^3l^4x^5+l^8x^{10}\to 9$$

$$\frac{9}{169}j^6+\frac{6}{13}j^3l^4x^5+l^4x^{10}\to 1\quad \boxed{(\frac{9}{169}j^3)^2+\frac{6}{13}j^3l^4x^5+l^8x^{10}\to 5}$$

Ü3 $\left(\frac{13}{15}a+5cd\right)^2=$

$$\boxed{\frac{169}{225}a^2+\frac{26}{3}acd+25c^2d^2\to 9}\quad \frac{13}{225}a^2+\frac{26}{3}acd+25c^2d^2\to 7$$

$$\frac{169}{225}a^2+\frac{65}{15}acd+25c^2d^2\to 2\quad \frac{169}{15}a^2+\frac{26}{3}acd+25c^2d\to 1$$

$$\boxed{\left(\frac{13a}{15}\right)^2+\frac{26}{3}acd+(5c\ \ d)^2\to 0}$$

Ü3-1 $\left(\frac{13}{15}a^2+5c^3d^4\right)^2=$

$\frac{169}{225}a^4+\frac{26}{3}a^2c^3d^4+5c^6d^8\rightarrow 6$ $\boxed{\frac{169}{225}a^4+\frac{26}{3}a^2c^3d^4+25c^6d^8\rightarrow 4}$

$\frac{169}{225}a^4+\frac{26}{3}a^2c^3d^4-25c^6d^8\rightarrow 8$ $\frac{13}{15}a^4+\frac{26}{3}a^2c^3d^4+25c^6d^8\rightarrow 7$

Ü4 $\left(\frac{4}{7}r+\frac{11}{13}s\right)^2$ = **siehe Musterbeispiel Nr.004**

$\frac{16r^2}{49}-\frac{88rs}{91}-\frac{121s^2}{169}\rightarrow 2$ $\boxed{\frac{16}{49}r^2+\frac{88rs}{91}+\frac{121s^2}{169}\rightarrow 5}$

$\frac{16}{49}r^2+\frac{88}{91rs}+\frac{121s^2}{169}\rightarrow 9$ $\boxed{\frac{16}{49}r^2+\frac{88rs}{91}+\frac{121}{169}s^2\rightarrow 2}$

$\boxed{\frac{16r^2}{49}+\frac{88rs}{91}+\frac{121s^2}{169}\rightarrow 3}$ $\frac{16r^2}{49}-\frac{44rs}{91}+\frac{121s^2}{169}\rightarrow 6$

Ü5 $\left(2a-\frac{3}{5}b\right)^2=$

$\boxed{4a^2-\frac{12ab}{5}+\frac{9b^2}{25}\rightarrow 5}$ $\frac{9}{25}b^2+4a^2-\frac{12ab}{5}\rightarrow 1$ $\boxed{4a^2-\frac{12ab}{5}+\frac{(3b)^2}{25}\rightarrow 3}$

$2a^2-\frac{12ab}{5}+\frac{9b^2}{25}\rightarrow 7$ $2a^2-\frac{12ab}{5}+\frac{9b^2}{25}b^2\rightarrow 0$

Ü6 $\left(\frac{3}{8}x+0.6y\right)^2=$

$\boxed{\frac{9x^2}{64}+\frac{45}{100}xy+0{,}36y^2\rightarrow 6}$ $\frac{9x^2}{64}+\frac{9}{10}xy+0{,}36y^2\rightarrow 1$ $\boxed{\frac{9x^2}{64}+0{,}45xy+0{,}36y^2\rightarrow 0}$

$\boxed{\frac{9x^2}{64}+\frac{9}{20}xy+0{,}36y^2\rightarrow 2}$ $\frac{9x^2}{64}+\frac{9}{20}x^2y+0{,}36y^2\rightarrow 7$

Ü7 $\left(7x^4-6y^6\right)^2=$

$\boxed{49x^8-84x^4y^6+36y^{12}\rightarrow 8}$ $7x^8-84x^4y^6-6y^{12}\rightarrow 5$

$49x^8-42x^4y^6+36y^{12}\rightarrow 1$ $\boxed{49x^8-84x^4y^6+(6y^6)^2\rightarrow 7}$

$\boxed{(7x^4)^2-84x^4y^6+(6y^6)^2\rightarrow 4}$

Ü8 $\left(\frac{4}{5}f^5+\frac{3}{20}g^3\right)^2=$

$\boxed{\frac{16f^{10}}{25}+\frac{6}{25}f^5g^3+\frac{9g^6}{400}\rightarrow 7}$ $\boxed{\frac{16f^{10}}{25}+0{,}12f^5g^3+\frac{9g^6}{400}\rightarrow 1}$

$\boxed{\frac{16f^{10}}{25}+0{,}12f^5g^3+\frac{9}{400}g^6\rightarrow 3}$ $\boxed{\frac{0{,}64f^{10}}{1}+0{,}12f^5g^3+\frac{9g^6}{400}.\rightarrow 5}$

Ü9 $\left(4w+7z\right)\left(4w-7z\right)=$ **siehe Musterbeispiel Nr.005**

$\boxed{16w^2-49z^2\rightarrow 2}$ $(4w+7z)^2\rightarrow 0$ $\boxed{(4w)^2-(7z)^2\rightarrow 6}$

$4w^2-7z^2\rightarrow 8$

Ü10 $\left(8r+9s\right)\left(8r-9s\right)=$ **siehe Musterbeispiel Nr.005**

$(8r-9s)^2\rightarrow 0$ $64r^2+81s^2\rightarrow 1$ $\boxed{64r^2-81s^2\rightarrow 6}$

$\boxed{(8r)^2-(9s)^2\rightarrow 2}$

Ü11 $\left(\frac{7}{11}v-\frac{4}{13}w\right)\left(\frac{7}{11}v+\frac{4}{13}w\right)=$ **siehe Musterbeispiel Nr.006**

$\frac{49v^2}{11}-\frac{16w^2}{169}\rightarrow 5$ $\boxed{\frac{(7v)^2}{11^2}-\frac{(4w)^2}{13^2}\rightarrow 4}$

$\frac{49v^2}{121}+\frac{16w^2}{169}\rightarrow 1$ $\frac{7v^2}{121}-\frac{4w^2}{169}\rightarrow 2$ $\boxed{\frac{49v^2}{121}-\frac{16w^2}{169}\rightarrow 9}$

Ü12 $\frac{121}{144}s^2 - \frac{1}{36}t^2 =$ **siehe Musterbeispiel Nr.007**

$\left(\frac{11}{12}s - \frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s - \frac{1}{6}t\right) \to 1 \left(\frac{11}{12}s + \frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s + \frac{1}{6}t\right) \to 3 \left(\frac{11}{12}s^2 - \frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s^2 + \frac{1}{6}t\right) \to 8$

$\left(\frac{11}{12}s^2 - \frac{1}{6}t^2\right)\left(\frac{11}{12}s^2 + \frac{1}{6}t^2\right) \to 0$ $\boxed{\left(\frac{11}{12}s - \frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s + \frac{1}{6}t\right) \to 7}$

Ü13 $\frac{121}{144}s^2 + \frac{1}{36}t^2 =$

$\left(\frac{11}{12}s - \frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s + \frac{1}{6}t\right) \to 1 \left(\frac{11}{12}s - \frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s - \frac{1}{6}t\right) \to 8$

$\left(\frac{11}{12}s + \frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s + \frac{1}{6}t\right) \to 0 \left(\frac{11}{12}s^2 - \frac{1}{6}t\right)\left(\frac{11}{12}s^2 + \frac{1}{6}t\right) \to 3$

$\left(\frac{11}{12}s^2 - \frac{1}{6}t^2\right)\left(\frac{11}{12}s^2 + \frac{1}{6}t^2\right) \to 4$

Keine Lösung ist richtig!!!!!
da ein Plus zwischen den beiden Termen steht, ist dieser Ausdruck nicht nach einer Binomischen Formel zerlegbar und daher nicht weiter vereinfachbar.

Ü14 $169v^2 - \frac{9}{4}k^2 =$

$\left(13v - \frac{9}{4}k\right)^2 \to 3 \left(13v + \frac{9}{4}k\right)^2 \to 6$ $\boxed{\left(13v - \frac{3}{2}k\right)\left(13v + \frac{3}{2}k\right) \to 7}$ $\boxed{(13v)^2 - \left(\frac{3}{2}k\right)^2 \to 5}$

$\left(13v + \frac{3}{2}k\right)^2 \to 2 \left(169v - \frac{9}{4}k\right)\left(169v + \frac{9}{4}k\right) \to 9$

Ü15 $\left(\frac{1}{6}v+\frac{3}{8}z\right)^2 =$

$\frac{1}{36}v^2+\frac{1}{8}vz+\frac{(3z)^2}{8} \to 1$ $\frac{1}{36}v^2+\frac{3}{48}vz+\frac{(3z)^2}{64} \to 3$

$\frac{1}{36}v^2+\frac{3}{48}vz+\frac{3z^2}{64} \to 8$ $\frac{1}{36}v^2+\frac{1}{8}vz+\frac{3z^2}{64} \to 3$ $\boxed{\frac{v^2}{36}+\frac{vz}{8}+\frac{9z^2}{64} \to 7}$

$\boxed{\frac{1}{36}v^2+\frac{1}{8}vz+\frac{(3z)^2}{64} \to 2}$

Ü16 $(3x^5-2y^4)^2 =$

$9x^{10}-12x^5y^4-4y^8 \to 5$ $\boxed{9x^{10}-12x^5y^4+4y^8 \to 4}$ $9x^{25}-12x^5y^4+4y^8 \to 1$

$3x^{25}-x^5y^4+4y^8 \to 0$ $\boxed{9x^{10}-12x^5y^4+(2y^4)^2 \to 7}$ $9x^{10}-12x^5y^4-(2y^4)^2 \to 4$

Ü17 $\left(\frac{4}{3}f-\frac{2}{9}g\right)^2 =$

$\frac{16}{3}f^2-\frac{16}{27}fg+\frac{4g^2}{81} \to 8$ $\frac{16}{9}f^2-\frac{16}{27fg}+\frac{4g^2}{81} \to 4$ $\frac{16}{9}f^2-\frac{16}{27}fg-\frac{4g^2}{81} \to 3$

$1{,}7f^2-0{,}59259fg-\frac{0{,}049g^2}{1} \to 2$ $\left(\frac{4}{3}f-\frac{2}{9}g\right)\left(\frac{4}{3}f+\frac{2}{9}g\right) \to 1$

Keine Lösung ist richtig!!!!!

Ü18 $(a+b)^2-(a-b)(a+b)+(a-b)^2 =$

$a^2-3b^2 \to 1$ $a \quad -3b^2 \to 7$ $(a+b)^2 \to 8$ $\boxed{a^2+3b^2 \to 0}$ $(a+b)^2-(a-b)^2 \to 3$ $a^2+b^2 \to 3$

$a^2+b^2-b \to 4$

Ü19 $\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)\cdot\left(0.243n-\frac{8}{9}p\right)=$

$\boxed{0{,}059049n^2-0{,}79012345679p^2\rightarrow 9}$ $\boxed{0{,}059049n^2-\frac{64}{81}p^2\rightarrow 3}$ $\boxed{(0{,}243n)^2-\left(\frac{8}{9}p\right)^2\rightarrow 6}$

$(0{,}243n)^2+\left(\frac{8}{9}p\right)^2\rightarrow 4$ $0{,}059049n^2+0{,}79012345679p^2\rightarrow 3$ $\left(0.243n-\frac{8}{9}p\right)^2\rightarrow 0$

$\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)^2\rightarrow 1$

Ü20 $\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)\cdot\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)=$

$0{,}059049n^2-0{,}79012345679p^2\rightarrow 3$ $0{,}059049n^2-\frac{64}{81}p^2\rightarrow 6$ $(0{,}243n)^2-\left(\frac{8}{9}p\right)^2\rightarrow 4$

$(0{,}243n)^2+\left(\frac{8}{9}p\right)^2\rightarrow 7$ $0{,}059049n^2+0{,}79012345679p^2\rightarrow 9$ $\left(0.243n-\frac{8}{9}p\right)^2\rightarrow 1$

$\boxed{\left(0.243n+\frac{8}{9}p\right)^2\rightarrow 9}$

Ü21 $\left(0.243n^3+\frac{8}{9}p^4\right)\left(0.243n^3-\frac{8}{9}p^4\right)=$

$0{,}059049n^9-\frac{64}{81}p^{16}\rightarrow 7$ $\boxed{0{,}059049n^6-0{,}79012345679p^8\rightarrow 9}$ $\boxed{0{,}059049n^6-\frac{64}{81}p^8\ .\rightarrow 9}$

$\boxed{(0{,}243n^3)^2-\left(\frac{8}{9}p^4\right)^2\rightarrow 5}$ $\left(0.243n^3+\frac{8}{9}p^4\right)^2\rightarrow 7$

e = 2,...

2.718281828459045235360287471352662497757247093699959...

Ü22 Normales Berechnen

$$\boxed{\left(3.43h^2d+\frac{8}{9}v^3w^7\right)^2=11{,}7649d^2h^4+6{,}097777dh^2v^3w^7+\frac{64}{81}v^6w^{14}}$$

Musterbeispiele

Musterbeispiel Nr.001

Berechne nach den Binomischen Formeln durch Einsetzen.

Alternativtext: ***Berechne nach einer dir bekannten Formel ohne die Binome auszumultiplizieren!***

Schreibe als Probe die Angabe anders an und multipliziere die Binome aus!

$(13w-33k)^2 =$

Aufgrund der vorliegenden Angabe, **ein Minus als Rechenzeichen in der Mitte der Klammer**, liegt die **2.Binomische Formel** vor.

Wir bezeichnen das 1.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 1
Wir bezeichnen das 2.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 2

$$(Nummer1 - Nummer2)^2 = (Nummer1)^2 - 2 \bullet (Nummer1) \bullet (Nummer2) + (Nummer2)^2$$
$$\rightarrow 1.\text{Re}\,chenzeichen\ MINUS\ !! \qquad 2.BinomischeFormel \quad (2.BIFO)$$

$$Nummer1 = 13w = 13 \cdot w$$
$$Nummer2 = 33k = 33 \cdot k$$

Beachte, dass die Nummer 1 aus einem Produkt bestehen kann wie hier, es muss nicht nur ein Ausdruck sein. Im Produkt können auch Potenzen vorkommen.

Die Nummer 1 ist also „alles, was **vor** dem Rechenzeichen in der Mitte steht".
Die Nummer 2 ist also „alles, was **nach** dem Rechenzeichen in der Mitte steht".
Das Minus hier wird beim Formel Einsetzen nicht „mitgenommen", es spielt keine Rolle!

In der Literatur wird das 1.Glied oft mit a, das 2.Glied mit b bezeichnet.

$$Nummer1 = 1.Glied = a \qquad 13w = 13 \cdot w$$
$$Nummer2 = 2.Glied = b \qquad 33k = 33 \cdot k$$

Somit lautet die 2.BIFO (Binomische Formel)

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \rightarrow 1.\text{Re}\,chenzeichen\ MINUS\ !!$$

Ich meine, genauso richtig ist:

(Näheres im nächsten Übungsleuchtturm später)

$$(g-f)^2 = g^2 - 2 \cdot g \cdot f + f^2 \rightarrow 1.\text{Re}\,chenzeichen\ MINUS\ !!$$

Stelle dir die Angabe als folgende Darstellung vor:

$(13w-33k)^2 =$

$\left(\overbrace{13w}^{Nummer1} - \underbrace{33k}_{Nummer2}\right)^2 =$

$$(Nummer1 - Nummer2)^2 = (Nummer1)^2 - 2 \bullet (Nummer1) \bullet (Nummer2) + (Nummer2)^2$$
$$\rightarrow 1.\text{Re}\,chenzeichen\ MINUS\ !! \qquad 2.BinomischeFormel \quad (2.BIFO)$$

$(Nummer1)^2 = (13w)^2 = (13 \cdot w)^2 = \Rightarrow nach\ der\ Formel\ \ für\ das\ Potenzieren\ eines\ \text{Pr}\,odukts \rightarrow$
$= 13^2 \cdot w^2 = 169w^2$

$2 \bullet (Nummer1) \bullet (Nummer2) = 2 \bullet (13w) \cdot (33k) = 858w \cdot k = 858wk$
$(Nummer2)^2 = (33k)^2 = (33 \cdot k)^2 = \Rightarrow nach\ der\ Formel\ \ für\ das\ Potenzieren\ eines\ \text{Pr}\,odukts \rightarrow$
$= 33^2 \cdot k^2 = 1089k^2$

$$\boxed{\left(\overbrace{13w}^{Nummer1} - \underbrace{33k}_{Nummer2}\right)^2 = 169w^2 \quad \underbrace{-}_{kommt\ von\ der\ Formel} \quad 858wk \quad \underbrace{+}_{kommt\ von\ der\ Formel} \quad 1089k^2}$$

Die Rechenzeichen werden von der Formel fix vorbestimmt.(siehe kleine Markierung oben)
Das mittlere Rechenzeichen (alleine)hat für das 2.Glied keinen Einfluss auf das Vorzeichen!
Be (ob)achte, dass die geschwungene Klammer erst bei 33 beginnt!
Das Minus hier wird beim Formel Einsetzen nicht „mitgenommen", es spielt keine Rolle!
Nun sind wir mit unserer Rechnung fertig.
Wir schreiben nun unsere Angabe „anders" an:
$(13w-33k)^2 = (13w-33k) \cdot (13w-33k)$
Wir wissen aus dem Übungsleuchtturm Nr.020 vom Multiplizieren zweier Binome: Zitat:
Dieser Vorgang ist immer derselbe. Präge ihn dir gut ein, du wirst ihn als Probe für das Rechnen mit der Binomischen Formel brauchen (als 2.Rechenart neben dem Einsetzen in die Formel.) Die Formel ist wesentlich schneller als das Ausmultiplizieren „everyone with oneevery".

Tritt ein Produkt („mal") zweier Klammern auf, in denen 2mal dasselbe Binom (Summe oder Differenz) steht, so tritt 2 mal in der Mitte der Rechnung nach dem Ausmultiplizieren der Klammern nach der Regel dasselbe gemischte Glied (identisches Vorzeichen!) auf. Dieses kann immer „in der Mitte" zu einem gemischten Glied „2 mal……" zusammengefasst werden.

$\boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)1}} \pm \boxed{\textbf{gemischtes Glied}} + \boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)2}}$

$$169w^2 \qquad \underbrace{-}_{kommt\ von\ der\ Formel} \quad 858wk \qquad \underbrace{+}_{kommt\ von\ der\ Formel} \quad 1089k^2$$

Probe durch Ausmultiplizieren der beiden Binome

$(13w-33k)^2 = (13w-33k)\cdot(13w-33k)$ **„everyone with oneevery“**

Stelle dir das Produkt als folgende Darstellung vor:

$$\left(\overbrace{13w}^{1}\overbrace{-33k}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{13w}_{3}\underbrace{-33k}_{4}\right)=$$

Merkregel für die leichteste Art- 1.Art:

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal
(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus
(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) mal
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) plus
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal
(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4)

$\boxed{1\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 3+2\bullet 4}$

→

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\,13w\bullet$
(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $(+)\,13w+$
(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\,13w\bullet$
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) plus $-33k+$
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $-33k\bullet$
(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $(+)\,13w+$
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $-33k\bullet$
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) $-33k$

$$\left(\overbrace{13w}^{1}\overbrace{-33k}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{13w}_{3}\underbrace{-33k}_{4}\right)=(+)\,13w\bullet(+)\,13w+(+)\,13w\bullet+(-33k)+(-33k)\bullet(+)\,13w+$$
$$+(-33k)\bullet(-33k)$$

$13^2=169 \qquad 33^2=1089$

das 2.und 3.Glied fassen wir zu einem gemischten Glied zusammen (wir wissen dass in der Binomischen Formel ein mittleres gemischtes Glied vorkommen muss)

$13w\bullet(-33k)+(-33k)\bullet 13w=-13\cdot 33kw-13\cdot 33kw=-2\bullet 13\cdot 33\cdot kw=-858kw$

wirerhalten:

$$\left(\overbrace{13w}^{Nummer1}-\underbrace{33k}_{Nummer2}\right)^2=169w^2-858wk+1089k^2$$

2.Art wäre: $\boxed{1\bullet 3+2\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 4}$ *siehe Übungschili Nr.020*

Musterbeispiel Nr.002zuÜ2-2

Berechne nach den Binomischen Formeln durch Einsetzen.
Alternativtext: ***Berechne nach einer dir bekannten Formel ohne die Binome auszumultiplizieren!***

Schreibe als <u>Probe</u> die Angabe anders an und multipliziere die Binome aus!

$$(5eh - 15wyz)^2 =$$

Aufgrund der vorliegenden Angabe, **ein Minus als Rechenzeichen in der Mitte der Klammer,** liegt die **2.Binomische Formel** vor.

Wir bezeichnen das 1.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 1
Wir bezeichnen das 2.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 2

$$\boxed{\begin{array}{l}(Nummer1 - Nummer2)^2 = (Nummer1)^2 - 2 \bullet (Nummer1) \bullet (Nummer2) + (Nummer2)^2 \\ \rightarrow 1.Rechenzeichen\ MINUS\ !! \qquad 2.BinomischeFormel \quad (2.BIFO)\end{array}}$$

$$Nummer1 = 5eh = 5 \cdot e \cdot h$$
$$Nummer2 = 15wyz = 15 \cdot w \cdot y \cdot z$$

Beachte, dass die Nummer 1 aus einem Produkt bestehen kann wie hier,es muss nicht 1 Ausdruck nur sein. Im Produkt können auch Potenzen vorkommen.
Die Nummer 1 ist also „alles, was **vor** dem Rechenzeichen in der Mitte steht".
Die Nummer 2 ist also „alles, was **nach** dem Rechenzeichen in der Mitte steht".
Das Minus hier wird beim Formel Einsetzen nicht „mitgenommen", es spielt keine Rolle!

In der Literatur wird das 1.Glied oft mit a, das 2.Glied mit b bezeichnet.

$$Nummer1 = 1.Glied = a \qquad = 5eh = 5 \cdot e \cdot h$$
$$Nummer2 = 2.Glied = b \qquad = 15wyz = 15 \cdot w \cdot y \cdot z$$

Somit lautet die 2.BIFO (Binomische Formel)

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \rightarrow 1.Rechenzeichen\ MINUS\ !!$$

Stelle dir die Angabe als folgende Darstellung vor:

$$(5eh - 15wyz)^2 =$$

$$\left(\overbrace{5eh}^{Nummer\,1} - \underbrace{15wyz}_{Nummer\,2} \right)^2 =$$

$$\boxed{\begin{array}{l}(Nummer1 - Nummer2)^2 = (Nummer1)^2 - 2 \bullet (Nummer1) \bullet (Nummer2) + (Nummer2)^2 \\ \rightarrow 1.Rechenzeichen\ MINUS\ !! \qquad 2.Binomische Formel \quad (2.BIFO) \\ \end{array}}$$

$$(Nummer1)^2 = (5eh)^2 = (5 \cdot e \cdot h)^2 = \Longrightarrow nach\ der\ Formel\ für\ das\ Potenzieren\ eines\ Produkts \rightarrow$$
$$= 5^2 \cdot e^2 \cdot h^2 = 25e^2h^2 \rightarrow Beachte\ dass\ JEDER\ einzelne\ Faktor\ potenziert(quadriert)\ wird$$

$$2 \bullet Nummer1 \bullet Nummer2 = 2 \bullet (5eh) \cdot (15wyz) = 2 \cdot 5 \cdot 15 \cdot ehwyz = 150ehwyz$$
$$(Nummer2)^2 = (15wyz)^2 = (15 \cdot w \cdot y \cdot z)^2 = \Longrightarrow nach\ der\ Formel\ für\ das\ Potenzieren\ eines\ Produkts \rightarrow$$
$$= 15^2 \cdot w^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = 225w^2y^2z^2 \rightarrow geordnet$$
$$\rightarrow Beachte\ dass\ JEDER\ einzelne\ Faktor\ potenziert(quadriert)\ wird$$

$$\left(\overbrace{5eh}^{Nummer\,1} - \underbrace{15wyz}_{Nummer\,2} \right)^2 = \boxed{25e^2h^2 \underbrace{-}_{kommt\ von\ der\ Formel} 150ehwyz \underbrace{+}_{kommt\ von\ der\ Formel} 225w^2y^2z^2}$$

Die Rechenzeichen werden von der Formel fix vorbestimmt.(siehe kleine Markierung oben)
Das mittlere Rechenzeichen (alleine)hat für das 2.Glied keinen Einfluss auf das Vorzeichen!
Be(ob)achte,dass die geschwungene Klammer erst bei 15 beginnt!
Das Minus hier wird beim Formel Einsetzen nicht „mitgenommen“, es spielt keine Rolle!
Zum Fall dass das *1.Glied* ein negatives Vorzeichen hat: siehe nächste Chili
Nun sind wir mit unserer Rechnung fertig.
Wir schreiben nun unsere Angabe „anders“ an:

$$(5eh - 15wyz)^2 = (5eh - 15wyz) \cdot (5eh - 15wyz)$$

Wir wissen aus dem Übungsleuchtturm Nr.020 vom Multiplizieren zweier Binome: Zitat:
Dieser Vorgang ist immer derselbe. Präge ihn dir gut ein, du wirst ihn als Probe für das Rechnen mit der Binomischen Formel brauchen (als 2.Rechenart neben dem Einsetzen in die Formel.) Die Formel ist wesentlich schneller als das Ausmultiplizieren „everyone with oneevery“.

Tritt ein Produkt („mal“) zweier Klammern auf, in denen 2mal dasselbe Binom (Summe oder Differenz) steht, so tritt 2 mal in der Mitte der Rechnung nach dem Ausmultiplizieren der Klammern nach der Regel dasselbe gemischte Glied (identisches Vorzeichen!) auf. Dieses kann immer „in der Mitte“ zu einem gemischten Glied „2 mal……“ zusammengefasst werden.

Quadratpotenz(-term)1 $\pm$ **gemischtes Glied** $+$ **Quadratpotenz(-term)2**

Probe durch Ausmultiplizieren der beiden Binome

$$(5eh - 15wyz)^2 = (5eh - 15wyz) \cdot (5eh - 15wyz)$$

$$\left(\overbrace{5eh}^{1}\overbrace{-15wyz}^{2}\right) \cdot \left(\underbrace{5eh}_{3}\underbrace{-15wyz}_{4}\right) =$$

$\boxed{1 \bullet 3 + 1 \bullet 4 + 2 \bullet 3 + 2 \bullet 4}$ oder $\boxed{1 \bullet 3 + 2 \bullet 3 + 1 \bullet 4 + 2 \bullet 4}$

$$\left(\overbrace{5eh}^{1}\overbrace{-15wyz}^{2}\right) \cdot \left(\underbrace{5eh}_{3}\underbrace{-15wyz}_{4}\right) = \boxed{25e^2h^2 - 150ehwyz + 225w^2y^2z^2}$$

Musterbeispiel Nr.003zuÜ2-4

Berechne nach den Binomischen Formeln durch Einsetzen.
Alternativtext: ***Berechne nach einer dir bekannten Formel ohne die Binome auszumultiplizieren!***

Schreibe als Probe die Angabe anders an und multipliziere die Binome aus!

$$\left(\frac{4}{14}t^4 + s^3c^5\right)^2 =$$

Aufgrund der vorliegenden Angabe,**ein Plus als Rechenzeichen in der Mitte der Klammer,**liegt die **1.Binomische Formel** vor.

Wir bezeichnen das 1.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 1
Wir bezeichnen das 2.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 2

$$\boxed{\begin{array}{l}(Nummer1 + Nummer2)^2 = (Nummer1)^2 + 2 \bullet (Nummer1) \bullet (Nummer2) + (Nummer2)^2 \\ NUR \quad PLUS \qquad 1.Binomische Formel \quad (1.BIFO)\end{array}}$$

$$Nummer1 = \frac{4}{14}t^4 = \frac{4}{14}\cdot t^4$$
$$Nummer2 = s^3c^5 = s^3 \cdot c^5$$

Beachte, dass die Nummer 1 aus einem Produkt bestehen kann wie hier,es muss nicht 1 Ausdruck nur sein. Im Produkt können auch Potenzen vorkommen.
Die Nummer 1 ist also „alles, was **vor** dem Rechenzeichen in der Mitte steht“.
Die Nummer 2 ist also „alles, was **nach** dem Rechenzeichen in der Mitte steht“.

In der Literatur wird das 1.Glied oft mit a, das 2.Glied mit b bezeichnet.

$$Nummer1 = 1.Glied = a \qquad = \frac{4}{14}t^4 = \frac{4}{14}\cdot t^4$$
$$Nummer2 = 2.Glied = b \qquad s^3c^5 = s^3 \cdot c^5$$

Somit lautet die 1.BIFO (Binomische Formel)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2 \rightarrow NUR \quad PLUS!$$

genauso richtig:

$$(i+u)^2 = i^2 + 2\cdot i\cdot u + u^2$$

Stelle dir die Angabe als folgende Darstellung vor:

$$\left(\frac{4}{14}t^4 + s^3c^5\right)^2 =$$

$$\left(\overbrace{\frac{4}{14}t^4}^{Nummer1} + \underbrace{s^3c^5}_{Nummer2}\right)^2 =$$

$$\boxed{\begin{array}{l}(Nummer1 + Nummer2)^2 = (Nummer1)^2 + 2\bullet(Nummer1)\bullet(Nummer2) + (Nummer2)^2 \\ \to NUR\ PLUS\ !! \quad 1.BinomischeFormel \quad (1.BIFO)\end{array}}$$

$$(Nummer1)^2 = \left(\frac{4}{14}t^4\right)^2 = \left(\frac{4}{14}\cdot t^4\right)^2 = \to nach\ der\ Formel\ für\ das\ Potenzieren\ eines\ Produkts \to$$

$$= \left(\frac{4}{14}\right)^2 \cdot \left(t^4\right)^2 \to Beachte\ dass\ JEDER\ einzelne\ Faktor\ potenziert(quadriert)\ wird$$

$$\to \left(\frac{4}{14}\right)^2 = nach\ derFormel\ für\ das\ Potenzieren\ eines\ Quotienten \to \frac{4^2}{14^2} = \frac{16}{196} \to$$

$$\left(t^4\right)^2 \to Hochzahlen\ werden\ multipliziert \to = t^{4\bullet 2} = t^8$$

$$(Nummer1)^2 = \frac{16}{196}\cdot t^{4\bullet 2} = \frac{16}{196}\cdot t^8$$

$$2\bullet Nummer1 \bullet Nummer2 = 2\bullet\left(\frac{4}{14}t^4\right)\cdot\left(s^3c^5\right) = \frac{8}{14}\cdot t^4 \cdot s^3c^5 =$$

$$= \to kürzen \to = \frac{4}{7}c^5s^3t^4 \to geordnet\ nach\ Basen\ alphabetisch$$

$$(Nummer2)^2 = \left(s^3c^5\right)^2 = \left(s^3\cdot c^5\right)^2 = \to Beachte\ dass\ JEDER\ einzelne\ Faktor\ potenziert(quadriert)\ wird$$

$$\left(s^3\right)^2\cdot\left(c^5\right)^2 \to nach\ der\ Formel\ für\ das\ Potenzieren\ einesPotenz \to$$

$$Hochzahlen\ werden\ multipliziert \to$$

$$(Nummer2)^2 = s^{3\cdot 2}\cdot c^{5\cdot 2} = s^6c^{10}$$

$$\left(\overbrace{\frac{4}{14}t^4}^{Nummer1} + \underbrace{s^3c^5}_{Nummer2}\right)^2 = \boxed{\frac{16}{196}\cdot t^8 \underbrace{+}_{kommt\ von\ der\ Formel} \frac{4}{7}c^5s^3t^4 \underbrace{+}_{kommtvonderFormel} s^6c^{10}}$$

Da das mittlere Rechenzeichen ein Plus ist, "kann nichts passieren", wir brauchen keine Überlegungen wie vorhin bei Minus mit der Mitnahme des Rechen/Vorzeichens anstellen.
Nun sind wir mit unserer Rechnung fertig.
Wir schreiben nun unsere Angabe „anders" an:

$$\left(\frac{4}{14}t^4+s^3c^5\right)^2=\left(\frac{4}{14}t^4+s^3c^5\right)\cdot\left(\frac{4}{14}t^4+s^3c^5\right)$$

Wir wissen aus der Übungsleuchtturm Nr.020 vom Multiplizieren zweier Binome: Zitat:
Dieser Vorgang ist immer derselbe. Präge ihn dir gut ein, du wirst ihn als Probe für das Rechnen mit der Binomischen Formel brauchen (als 2.Rechenart neben dem Einsetzen in die Formel.) Die Formel ist wesentlich schneller als das Ausmultiplizieren „everyone with oneevery".

Tritt ein Produkt („mal") zweier Klammern auf, in denen 2mal dasselbe Binom (Summe oder Differenz) steht, so tritt 2 mal in der Mitte der Rechnung nach dem Ausmultiplizieren der Klammern nach der Regel dasselbe gemischte Glied (identisches Vorzeichen!) auf. Dieses kann immer „in der Mitte" zu einem gemischten Glied „2 mal……" zusammengefasst werden.

$$\boxed{\text{Quadratpotenz(-term)1}}\pm\boxed{\text{gemischtes Glied}}+\boxed{\text{Quadratpotenz(-term)2}}$$

Probe durch Ausmultiplizieren der beiden Binome

$$\left(\frac{4}{14}t^4+s^3c^5\right)^2=\left(\frac{4}{14}t^4+s^3c^5\right)\cdot\left(\frac{4}{14}t^4+s^3c^5\right)$$

$$\left(\overbrace{\frac{4}{14}t^4}^{1}+\overbrace{s^3c^5}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{4}{14}t^4}_{3}+\underbrace{s^3c^5}_{4}\right)=$$

$$\boxed{1\bullet3+1\bullet4+2\bullet3+2\bullet4}\quad\text{oder}\quad\boxed{1\bullet3+2\bullet3+1\bullet4+2\bullet4}$$

$$\left(\overbrace{\frac{4}{14}t^4}^{1}+\overbrace{s^3c^5}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{4}{14}t^4}_{3}+\underbrace{s^3c^5}_{4}\right)=\boxed{\frac{16}{196}\cdot t^8+\frac{4}{7}c^5s^3t^4+s^6c^{10}}$$

Musterbeispiel Nr.004zuÜ4

Berechne nach den Binomischen Formeln durch Einsetzen.
Alternativtext: ***Berechne nach einer dir bekannten Formel ohne die Binome auszumultiplizieren!***

Schreibe als Probe die Angabe anders an und multipliziere die Binome aus!

$$\left(\frac{5}{6}f+\frac{19}{20}q\right)^2=$$

Aufgrund der vorliegenden Angabe,**ein Plus als Rechenzeichen in der Mitte der Klammer,**liegt die **1.Binomische Formel** vor.

Wir bezeichnen das 1.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 1
Wir bezeichnen das 2.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 2

$$(Nummer1+Nummer2)^2=(Nummer1)^2+2\bullet(Nummer1)\bullet(Nummer2)+(Nummer2)^2$$
$$NUR\quad PLUS\qquad 1.BinomischeFormel\quad (1.BIFO)$$

$$Nummer1=\frac{5}{6}f=\frac{5}{6}\cdot f$$
$$Nummer2=\frac{19}{20}q=\frac{19}{20}\cdot q$$

Beachte, dass die Nummer 1 aus einem Produkt bestehen kann wie hier,es muss nicht 1 Ausdruck nur sein. Im Produkt können auch Potenzen vorkommen.
Die Nummer 1 ist also „alles, was **vor** dem Rechenzeichen in der Mitte steht".
Die Nummer 2 ist also „alles, was **nach** dem Rechenzeichen in der Mitte steht".

In der Literatur wird das 1.Glied oft mit a, das 2.Glied mit b bezeichnet.

$$Nummer1=1.Glied=a\qquad =\frac{5}{6}f=\frac{5}{6}\cdot f$$
$$Nummer2=2.Glied=b\qquad \frac{19}{20}q=\frac{19}{20}\cdot q$$

Somit lautet die 1.BIFO (Binomische Formel)

$$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2\rightarrow NUR\quad PLUS!$$

genauso richtig:

$$(i+u)^2=i^2+2\cdot i\cdot u+u^2$$

Stelle dir die Angabe als folgende Darstellung vor:

$$\left(\frac{5}{6}f+\frac{19}{20}q\right)^2=$$

$$\left(\overbrace{\frac{5}{6}}^{Nummer1}f+\underbrace{\frac{19}{20}}_{Nummer2}q\right)^2=$$

$$\boxed{\begin{array}{l}(Nummer1+Nummer2)^2=(Nummer1)^2+2\bullet(Nummer1)\bullet(Nummer2)+(Nummer2)^2\\ \rightarrow NUR\ PLUS\ !!\quad 1.BinomischeFormel\quad (1.BIFO)\end{array}}$$

$$(Nummer1)^2=\left(\frac{5}{6}f\right)^2=\left(\frac{5}{6}\cdot f\right)^2=\rightarrow nach\ der\ Formel\ für\ das\ Potenzieren\ eines\ Produkts\rightarrow$$

$$=\left(\frac{5}{6}\right)^2\cdot(f)^2\rightarrow Beachte\ dass\ JEDER\ einzelne\ Faktor\ potenziert(quadriert)\ wird$$

$$\rightarrow\left(\frac{5}{6}\right)^2=nach\ der Formel\ für\ das\ Potenzieren\ eines\ Quotienten\rightarrow\frac{5^2}{6^2}=\frac{25}{36}\rightarrow$$

$$(f)^2=f^2\rightarrow Denkedir: Hochzahlen\ werden\ multipliziert\rightarrow=f^{1\bullet 2}=f^2$$

$$(Nummer1)^2=\frac{25}{36}\cdot f^2$$

$$2\bullet Nummer1\bullet Nummer2=2\bullet\left(\frac{5}{6}f\right)\cdot\left(\frac{19}{20}q\right)=\frac{10}{6}\cdot\frac{19}{20}fq\rightarrow\rightarrow 2\cdot\frac{5}{6}=\frac{2\cdot 5}{6}$$

$$=\rightarrow kürzen\rightarrow=\frac{19}{12}fq\rightarrow geordnet\ nach\ Basen\ alphabetisch$$

$$(Nummer2)^2=\left(\frac{19}{20}q\right)^2=\left(\frac{19}{20}\right)^2\cdot q^2=\rightarrow Beachte\ dass\ JEDER\ einzelne\ Faktor\ potenziert(quadriert)\ wird$$

$$\frac{19^2}{20^2}\cdot q^2\rightarrow nach\ der\ Formel\ für\ das\ Potenzieren\ eines Qoutienten\rightarrow$$

$$(Nummer2)^2=\frac{361}{400}q^2$$

$$\left(\overbrace{\frac{5}{6}}^{Nummer1}f+\underbrace{\frac{19}{20}}_{Nummer2}q\right)^2=\boxed{\frac{25}{36}\cdot f^2\underbrace{+}_{kommt\ von\ der\ Formel}\frac{19}{12}fq\underbrace{+}_{kommtvonderFormel}\frac{361}{400}q^2}$$

Das mittlere Rechenzeichen (alleine)hat für das 2.Glied keinen Einfluss auf das Vorzeichen!
Nun sind wir mit unserer Rechnung fertig.
Wir schreiben nun unsere Angabe „anders“ an:

$$\left(\frac{5}{6}f+\frac{19}{20}q\right)^2=\left(\frac{5}{6}f+\frac{19}{20}q\right)\cdot\left(\frac{5}{6}f+\frac{19}{20}q\right)$$

<u>Wir wissen aus dem Übungsleuchtturm Nr.020 vom Multiplizieren zweier Binome: Zitat:</u>
Dieser Vorgang ist immer derselbe. Präge ihn dir gut ein, du wirst ihn als Probe für das Rechnen mit der Binomischen Formel brauchen (als 2.Rechenart neben dem Einsetzen in die Formel.) Die Formel ist wesentlich schneller als das Ausmultiplizieren „everyone with oneevery“.

Tritt ein Produkt („mal“) zweier Klammern auf, in denen 2mal dasselbe Binom (Summe oder Differenz) steht, so tritt 2 mal in der Mitte der Rechnung nach dem Ausmultiplizieren der Klammern nach der Regel dasselbe gemischte Glied (identisches Vorzeichen!) auf. Dieses kann immer „in der Mitte“ zu einem gemischten Glied „2 mal……“ zusammengefasst werden.

$\boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)1}}\pm\boxed{\textbf{gemischtes Glied}}+\boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)2}}$

Probe durch Ausmultiplizieren der beiden Binome

$$\left(\frac{5}{6}f+\frac{19}{20}q\right)^2=\left(\frac{5}{6}f+\frac{19}{20}q\right)\cdot\left(\frac{5}{6}f+\frac{19}{20}q\right)$$

$$\left(\overbrace{\frac{5}{6}f}^{1}+\overbrace{\frac{19}{20}q}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{5}{6}f}_{3}+\underbrace{\frac{19}{20}q}_{4}\right)=$$

$\boxed{1\bullet3+1\bullet4+2\bullet3+2\bullet4}$ oder $\boxed{1\bullet3+2\bullet3+1\bullet4+2\bullet4}$

$$\left(\overbrace{\frac{5}{6}f}^{1}+\overbrace{\frac{19}{20}q}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{5}{6}f}_{3}+\underbrace{\frac{19}{20}q}_{4}\right)=\boxed{\frac{25}{36}\cdot f^2+\frac{19}{12}fq+\frac{361}{400}q^2}$$

Musterbeispiel Nr.005 zuÜ9&Ü10

Berechne nach den Binomischen Formeln

$(4f-5t)(4f+5t)=$ oder
$(4f+5t)(4f-5t)=$ *(klar nach dem Vertauschungsgesetz)*

Alternativtext:
Berechne nach einer dir bekannten Formel ohne die Binome auszumultiplizieren!

Multipliziere als Probe die Angabe-die Binome- aus!

Wir merken, dass sich die Binome in den Produktklammern nur durch ihr Rechenzeichen unterscheiden.*“dasselbe einmal plus, einmal minus“*
Aufgrund dieser vorliegenden Angabe liegt die **3.Binomische Formel** vor.

Wir bezeichnen das 1.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 1
Wir bezeichnen das 2.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 2

$$\boxed{\begin{array}{l}(Nummer1-Nummer2)\cdot(Nummer1+Nummer2)=(Nummer1)^2-(Nummer2)^2\\ MINUS\ zwischen\ den\ beiden\ Quadrattermen\qquad 3.BinomischeFormel\quad (3.BIFO)\end{array}}$$

$$Nummer1=4f=4\cdot f$$
$$Nummer2=5t=5\cdot t$$

Somit lautet die 3.BIFO (Binomische Formel)

$$(a-b)\cdot(a+b)=(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2\rightarrow MINUS!$$

genauso richtig:

$$(g-s)\cdot(g+s)=g^2-s^2\rightarrow MINUS!$$

Stelle dir die Angabe als folgende Darstellung vor:

$$\left(\underbrace{4f}_{Nummer1}-\underbrace{5t}_{Nummer2}\right)\cdot\left(\underbrace{4f}_{Nummer1}+\underbrace{5t}_{Nummer2}\right)=$$

$$(Nummer1)^2=(4f)^2=(4\cdot f)^2 \Longrightarrow \text{Pr}\,odukt\ wird\ quadriert, indem\ jederFaktor\ quadriert\ wird$$
$$=4^2\cdot f^2=16f^2$$
$$(Nummer2)^2=(5t)^2=(5\cdot t)^2 \Longrightarrow \text{Pr}\,odukt\ wird\ quadriert, indem\ jederFaktor\ quadriert\ wird$$
$$=5^2\cdot t^2=25t^2$$

$$\boxed{\begin{array}{l}(Nummer1-Nummer2)\cdot(Nummer1+Nummer2)=(Nummer1)^2-(Nummer2)^2\\ MINUS\ zwischen\ den\ beiden\ Quadrattermen\qquad 3.BinomischeFormel\quad (3.BIFO)\end{array}}$$

$$(4f-5t)(4f+5t)=(4f)^2-(5t)^2=4^2\cdot f^2-5^2\cdot t^2=16f^2-25t^2$$
$$(4f-5t)(4f+5t)=\boxed{16f^2-25t^2}$$

Wir wissen aus dem Übungsleuchtturm Nr.020 vom Multiplizieren zweier Binome: Zitat:

Tritt ein Produkt („mal“) zweier Klammern auf, dessen Binome in den Produktklammern sich nur durch ihr mittleres Rechen(Vor-)zeichen unterscheiden, so treten in der Mitte der Rechnung beim Ausmultiplizieren der Klammern nach der Regel 2 gemischte Glieder auf, die sich nur durch ihr Vorzeichen unterscheiden- mit derselben Vorzahl und Variable -einmal mit Vorzeichen plus, einmal mit Minus. Diese beiden Glieder fallen stets weg (heben sich auf)!!!!

Solche Multiplikationen haben als Lösung (die nicht mehr weiter vereinfachbar ist) immer folgende Struktur **für eine Hochzahl 1:**

Quadratpotenz(-term)1 – (minus) **Quadratpotenz(-term)2**

Für eine Angabe mit **höheren Potenzen als 1!!**

Bei uns: **Quadratierter Potenzterm 1** –(minus) **Quadratierter Potenzterm 2**

Hochzahl größer als 2 Hochzahl größer als 2

Dieser Vorgang ist immer derselbe. Präge ihn dir gut ein, du wirst ihn als Probe für das Rechnen mit der Binomischen Formel brauchen (als 2.Rechenart neben dem Einsetzen in die Formel.) Die Formel ist wesentlich schneller als das Ausmultiplizieren „ everyone with oneevery“. In unserem Beispiel hier wäre es die 3.BIFO

Probe durch Ausmultiplizieren der beiden Binome

$$\left(\overbrace{4f}^{1}\overbrace{-5t}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{4f}_{3}\underbrace{+5t}_{4}\right)=$$

$\boxed{1\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 3+2\bullet 4}$ oder $\boxed{1\bullet 3+2\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 4}$

$$\left(\overbrace{4f}^{1}\overbrace{-5t}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{4f}_{3}\underbrace{+5t}_{4}\right)=\boxed{16f^{2}-25t^{2}}$$

Musterbeispiel Nr.006 zuÜ11

Berechne nach den Binomischen Formeln durch Einsetzen

$$\left(\frac{6}{17}c-\frac{5}{14}y\right)\left(\frac{6}{17}c+\frac{5}{14}y\right)=$$

oder

$$\left(\frac{6}{17}c+\frac{5}{14}y\right)\left(\frac{6}{17}c-\frac{5}{14}y\right)=$$ *(klar nach dem Vertauschungsgesetz)*

Alternativtext:
Berechne nach einer dir bekannten Formel ohne die Binome auszumultiplizieren!

Multipliziere als <u>Probe</u> die Angabe-die Binome- aus!

Wir merken, dass sich die Binome in den Produktklammern nur durch ihr Rechenzeichen unterscheiden.*“dasselbe einmal plus, einmal minus“*
Aufgrund dieser vorliegenden Angabe liegt die **3.Binomische Formel** vor.

Wir bezeichnen das 1.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 1
Wir bezeichnen das 2.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 2

$$\boxed{\begin{array}{l}(Nummer1-Nummer2)\cdot(Nummer1+Nummer2)=(Nummer1)^2-(Nummer2)^2\\ MINUS\ zwischen\ den\ beiden\ Quadrattermen \qquad 3.BinomischeFormel \quad (3.BIFO)\end{array}}$$

$$Nummer1=\frac{6}{17}c=\frac{6}{17}\cdot c$$

$$Nummer2=\frac{5}{14}y=\frac{5}{14}\cdot y$$

Somit lautet die 3.BIFO (Binomische Formel)

$$(a-b)\cdot(a+b)=(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2\rightarrow MINUS!$$

genauso richtig:

$$(g-s)\cdot(g+s)=g^2-s^2\rightarrow MINUS!$$

Stelle dir die Angabe als folgende Darstellung vor:

$$\left(\underbrace{\frac{6}{17}c}_{Nummer1} - \underbrace{\frac{5}{14}y}_{Nummer2}\right) \cdot \left(\underbrace{\frac{6}{17}c}_{Nummer1} + \underbrace{\frac{5}{14}y}_{Nummer2}\right) =$$

$$(Nummer1)^2 = \left(\frac{6}{17} \cdot c\right)^2 \Longrightarrow \text{Pr}\,odukt\ wird\ quadriert, indem\ jederFaktor\ quadriert\ wird$$

$$\left(\frac{6}{17}\right)^2 \cdot c^2 \Longrightarrow Quotient\ (Bruch) wird\ potenziert = quadriert, indemZähler\ und\ Nenner$$

$$potenziert = quadriert\ werden \rightarrow = \frac{6^2}{17^2}c^2 = \frac{36}{289}c^2$$

$$(Nummer2)^2 = \left(\frac{5}{14} \cdot y\right)^2 \Longrightarrow \text{Pr}\,odukt\ wird\ quadriert, indem\ jederFaktor\ quadriert\ wird$$

$$\left(\frac{5}{14}\right)^2 \cdot y^2 \Longrightarrow Quotient(Bruch) wird\ potenziert = quadriert, indemZähler\ und\ Nenner$$

$$potenziert = quadriert\ werden = \frac{5^2}{14^2}y^2 = \frac{25}{196}y^2$$

$$\boxed{\begin{array}{l}(Nummer1 - Nummer2) \cdot (Nummer1 + Nummer2) = (Nummer1)^2 - (Nummer2)^2 \\ MINUS\ zwischen\ den\ beiden\ Quadrattermen \qquad 3.BinomischeFormel \quad (3.BIFO)\end{array}}$$

$$\left(\frac{6}{17}c - \frac{5}{14}y\right)\left(\frac{6}{17}c + \frac{5}{14}y\right) = \boxed{\frac{36}{289}c^2 - \frac{25}{196}y^2}$$

$$\left(\frac{6}{17}c - \frac{5}{14}y\right)\left(\frac{6}{17}c + \frac{5}{14}y\right) =$$

$$= \left(\frac{6}{17} \cdot c\right)^2 - \left(\frac{5}{14} \cdot y\right)^2 \Longrightarrow \text{Pr}\,odukt\ wird\ quadriert, indem\ jederFaktor\ quadriert\ wird$$

$$\rightarrow \left(\frac{6}{17}\right)^2 \cdot c^2 - \left(\frac{5}{14}\right)^2 \cdot y^2 \Longrightarrow Quotient(Bruch) wird\ potenziert = quadriert, indem$$

$$Zähler\ und\ Nenner\ potenziert = quadriert\ werden$$

$$= \frac{6^2}{17^2}c^2 - \frac{5^2}{14^2}y^2 = \frac{36}{289}c^2 - \frac{25}{196}y^2$$

Wir wissen aus dem Übungsleuchtturm Nr.020 vom Multiplizieren zweier Binome: Zitat:

Tritt ein Produkt („mal“) zweier Klammern auf, dessen Binome in den Produktklammern sich nur durch ihr mittleres Rechen(Vor-)zeichen unterscheiden, so treten in der Mitte der Rechnung beim Ausmultiplizieren der Klammern nach der Regel 2 gemischte Glieder auf, die sich nur durch ihr Vorzeichen unterscheiden- mit derselben Vorzahl und Variable -einmal mit Vorzeichen plus, einmal mit Minus. Diese beiden Glieder fallen stets weg (heben sich auf)!!!!

Solche Multiplikationen haben als Lösung (die nicht mehr weiter vereinfachbar ist) immer folgende Struktur **für eine Hochzahl 1:**

Quadratpotenz(-term)1 – (minus) **Quadratpotenz(-term)2**

Für eine Angabe mit **höheren Potenzen als 1!!**

Bei uns: **Quadratierter Potenzterm 1** –(minus) **Quadratierter Potenzterm 2**

Hochzahl größer als 2 Hochzahl größer als 2

Dieser Vorgang ist immer derselbe. Präge ihn dir gut ein, du wirst ihn als Probe für das Rechnen mit der Binomischen Formel brauchen (als 2.Rechenart neben dem Einsetzen in die Formel.) Die Formel ist wesentlich schneller als das Ausmultiplizieren „ everyone with oneevery“. In unserem Beispiel hier wäre es die 3.BIFO

Probe durch Ausmultiplizieren der beiden Binome

$$\left(\overbrace{\frac{6}{17}c}^{1}-\overbrace{\frac{5}{14}y}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{6}{17}c}_{3}+\underbrace{\frac{5}{14}y}_{4}\right)=$$

$\boxed{1\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 3+2\bullet 4}$ oder $\boxed{1\bullet 3+2\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 4}$

$$\left(\overbrace{\frac{6}{17}c}^{1}-\overbrace{\frac{5}{14}y}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{6}{17}c}_{3}+\underbrace{\frac{5}{14}y}_{4}\right)=\boxed{\frac{36}{289}c^2-\frac{25}{196}y^2}$$

Musterbeispiel Nr.007 zuÜ12

Zerlege= Berechne nach den Binomischen Formeln durch Einsetzen

$$\frac{196}{225}p^2 - \frac{1}{289}u^2 =$$

Multipliziere als Probe dein Ergebnis -die Binome- aus, um die Angabe wieder zu erhalten!

Alternativtext:
Berechne nach einer dir bekannten Formel

Wir merken, dass in den Gliedern der Differenz in Zähler und Nenner des Koeffizients (Zahl vor der Quadratvariable) Quadratzahlen stehen.
Die Variablen sind quadriert-(also Quadratische Terme)-leicht zu erkennen. Das ist entscheidend

Aufgrund dieser vorliegenden Angabe liegt die **3.Binomische Formel** vor.
Es ist nur die Umkehrung der Formel aus Musterbeispiel Nr.006 und 007.

Das bedeutet: Zuvor haben wir die Formel von links nach rechts gelesen.

$$\begin{array}{|l|}\hline (Nummer1 - Nummer2)\cdot(Nummer1 + Nummer2) = (Nummer1)^2 - (Nummer2)^2 \\ MINUS\ zwischen\ den\ beiden\ Quadrattermen \qquad 3.BinomischeFormel \quad (3.BIFO) \\ \hline\end{array}$$

Wir bezeichnen das 1.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 1
Wir bezeichnen das 2.Glied in der Klammer mit (Glied) Nummer 2

Nun lesen wir unsere obige 3.BIFO von **rechts nach links:**

$$\begin{array}{|l|}\hline (Nummer1)^2 - (Nummer2)^2 = (Nummer1 - Nummer2)\cdot(Nummer1 + Nummer2) \\ MINUS\ zwischen\ den\ beiden\ Quadrattermen \qquad 3.BinomischeFormel \quad (3.BIFO) \\ \hline\end{array}$$

Auch wenn in den beiden Gliedern keine Quadratzahlen vorkommen, können wir solche Produkte nach der

binomischen Formel zerlegen!!! Wir müssen dann eine Wurzel setzen. (siehe Bemerkung später)

$$(Nummer1)^2 = \frac{196}{225}p^2$$
$$(Nummer2)^2 = \frac{1}{289}u^2$$

Achtung!!!! Nun tritt im Unterschied zum vorigen Ü **der Term schon quadriert auf!!!!**

Das bedeutet, wir müssen die Nummer 1 und die Nummer 2 alleine erst herausfinden.

Wir müssen uns fragen, **welche Zahl multipliziert mit welcher Zahl (natürlich mit derselben Zahl) also aufgespalten die Nummer 1 quadriert bzw. Nummer 2 quadriertergibt**

$$\frac{196}{225}p^2 = \Omega ?\, p \bullet \Omega ?\, p$$

$\Omega ?$ steht für eine Zahl vor dem p, die quadriert $\frac{196}{225}$ ergibt.

Wir suchen die Wurzel aus diesem Bruch.

Klar ist, dass $p^2 = p \bullet p$ ist.

$$\Omega ? \bullet \Omega ? = 196$$

$$\Omega ? \bullet \Omega ? = 225$$

Da wir die Wurzelzahlen in der 4.Klasse erst kennenlernen, müssen wir noch probieren

$$11 \bullet 11 = 121, 12 \cdot 12 = 144, ... \to 14 \cdot 14 = 196!!!! \quad 15 \cdot 15 = 225!!!!$$

$$\frac{1}{289}u^2 = \Omega ?u \bullet \Omega ?u$$

$$11 \bullet 11 = 121, 12 \cdot 12 = 144, ... \to 14 \cdot 14 = 196!!!! \quad 15 \cdot 15 = 225!!!! \to 17 \cdot 17 = 289$$

Wir erhalten

$$\boxed{\frac{196}{225}p^2 - \frac{1}{289}u^2 = \left(\frac{14}{15}p - \frac{1}{17}u\right) \cdot \left(\frac{14}{15}p + \frac{1}{17}u\right)}$$

Probe durch Ausmultiplizieren der beiden Binome

$$\left(\overbrace{\frac{14}{15}p}^{1}-\overbrace{\frac{1}{17}u}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{14}{15}p}_{3}+\underbrace{\frac{1}{17}u}_{4}\right)=$$

$\boxed{1\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 3+2\bullet 4}$ oder $\boxed{1\bullet 3+2\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 4}$

$$\left(\overbrace{\frac{14}{15}p}^{1}-\overbrace{\frac{1}{17}u}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{14}{15}p}_{3}+\underbrace{\frac{1}{17}u}_{4}\right)=\boxed{\frac{196}{225}p^2-\frac{1}{289}u^2=\left(\frac{14}{15}p-\frac{1}{17}u\right)\cdot\left(\frac{14}{15}p+\frac{1}{17}u\right)}$$

Bemerkung 1:

Steht in $a^2 - b^2$ statt Minus ein Plus in der Mitte,dann gibt es keine Binomische Formel!!!

zum Beispiel $\frac{196}{225}p^2 + \frac{1}{289}u^2 =$

$a^2 + b^2 -> \textit{für uns nicht berechenbar} = \textit{zerlegbar}$!!!

Der Term ist schon zerlegbar, ähnlich wie mit Minus $a^2 - b^2$, aufspaltbar, nur ist dies erst später (7.Klasse) im Zuge der Einführung sogenannter komplexer Zahlen für uns möglich.

Bemerkung 2:

Auch wenn in den beiden Gliedern von
$a^2 - b^2$

keine Quadratzahlen vorkommen, können wir solche Produkte nach der

binomischen Formel zerlegen!!! Wir müssen dann eine Wurzel setzen.

Bsp 1: $77p^2 - 23u^2 = \left(\sqrt{77}p - \sqrt{23}u\right)\cdot\left(\sqrt{77}p + \sqrt{23}u\right)$

77 und 23 sind keine Quadratzahlen

aber:

$16p^2 - 81u^2 = (4p - 9u)\cdot(4p + 9u)$

16 und 81 sind Quadratzahlen !!!!!

Bsp 2 : $\frac{176}{223}p^2 - \frac{1}{249}u^2 = \left(\sqrt{\frac{176}{223}}p - \sqrt{\frac{1}{249}}u\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{176}{223}}p + \sqrt{\frac{1}{249}}u\right)$

176 ,223 und 249 sind keine Quadratzahlen

Theorie:

Merkregel für Binomische Formeln:

-> Siehe auch Musterbeispiele vorher!!!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \ \textit{HIER MINUS VORNE!!}$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \qquad a^2 + b^2 -> \textit{für uns nicht berechenbar} = \textit{zerlegbar!!!}$$

a............1.Glied b.......2.Glied