Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm 017

Potenzen Teil4

=Übungskapitel

Potenzieren eines Produkts und Potenzieren eines Quotienten (eines Bruchs)- Potenzieren von Potenzen

Erforderlicher Wissensstand *(->Stoffübersicht im Detail und know -how-Theorie ->siehe auch* ***Wissensleuchtturm*** *der UE-und 3.Kl.)*

Kenntnis des Begriffs der Potenz

Ordnen und Zusammenfassen von Grundpotenzen (Multiplikation von Variablen oder Zahlen, die zu Potenzen führen)

Zusammenfassen einer Addition oder Subtraktion von Potenzen (mit gemischten Gliedern)

Regeln für das Multiplizieren und Dividieren von Potenzen gleicher Basis

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Training für das Potenzieren von Produkten und Quotienten, die in Erweiterung Potenzen mit Hochzahlen größer 1 aufweisen->Potenzieren von Potenzen

Herleiten von Formeln; Unterschied zum Potenzieren von Summen oder Differenzen

Alle Formeln, Erklärungen und Musterbeispiele (ab S 29) zu diesem Übungsleuchtturm findest du wie gewohnt hier im Lösungsteil (ab S 15)!! Die entsprechende Musterbeispielnummer ist bei den Beispielen angemerkt.

Du solltest für optimales schrittweises Lernen in diesem Leuchtturm mit der Seite 1 beginnen und dann der Reihe nach weiter vorgehen.(da Formeln wiederholend aufsteigend step by step entwickelt werden)

Lösungen findest du ab Seite 15

Beachte den Theorieteil (Wissen) ab Seite 37 ! Musterbeispiele ab S 29.

Teil 1

Potenzen

Potenzieren eines Produkts

Einstiegsüberlegung: **Fall : 1 als Hochzahl der Faktoren in der Klammer**

Ü*

Versuche, die Formel für das Potenzieren eines Produkts **selbst herzuleiten**.

Dies ist nicht schwer.-nach dem Wissen *aus dem Übungsleuchtturm Nr.014*…befolge genau die Fragen und Anweisungen!

Zu berechnen ist

$(c \cdot d)^4 = ...$

Zerlege $(c \cdot d)^4$ in ein **Produkt von Klammern** $(c \cdot d)$ als Faktoren**!**

Wie lautet dein Ergebnis???

Nun lasse die Klammern weg und **ordne** nach den Variablen!

Wie oft wurde c multipliziert? Wie oft wurde d multipliziert?

Schreibe das Ergebnis wieder in eine Potenz um!

Wie lautet der Exponent (Hochzahl) im Ergebnis?? Wie ist dieser zustande gekommen, wenn du die Angabe betrachtest?

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

Bemerkung und kleine Hilfe->siehe nächste Seite. Bitte durchzuarbeiten.

Hilfe:

Ein Produkt wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem *jeder einzelne Faktor* mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird

Bemerkung und kleine Hilfe für obige Aufgabe, um die Formel herzuleiten:

Alle Feststellungen gelten analog für Zahlen als Faktoren in der Klammer. Diese sind am Ende dann wieder mit dem Taschenrechner berechenbar. (*siehe Lösungsteil am Ende*!)

Beispiel: $(5\cdot 17)^3 = 5^3\cdot 17^3 = 125\cdot 4913 = 614125$

$(5\cdot 17)^3 = 85^3 = 614125$

Beachte für weiterführende Überlegungen: (siehe Ü5*)

Beispiel: $(5\cdot 17)^3 = (5^1\cdot 17^1)^3 = \textit{nach voriger Formel} \rightarrow 5^3\cdot 17^3 = 125\cdot 4913 = 614125$

$(5\cdot 17)^3 = (5^1\cdot 17^1)^3 = \textit{nach vorigen Überlegungen} \rightarrow (5^1)^3\cdot(17^1)^3 = \rightarrow \textit{oben}$

$\rightarrow = 5^3\cdot 17^3 = 125\cdot 4913 = 614125$

Was ist mit den Hochzahlen im letzten Schritt „passiert“????

Ue-bspe zum Potenzieren eines Produkts

Eve Apple-Mac Big-Intosh hat ihre Neue Mathematikmatura soeben absolviert.

Hat sie auch wirklich bei den Multiple Choice- aufgaben die richtige Lösung angekreuzt???

(mehrfache Lösungen –im Sinne der Angabe-sind möglich!!!)

Wie viele richtige Lösungen hat Eve angekreuzt??? -> X

(Teil 1 Eves zum Potenzieren eines Produkts)

Ü1

$(3k)^2 =$ $3^2 \cdot k^2$ **X** $3k^2$ $9k^2$ $9k$ **X**

$3^2 k^2$

Ü2

$(wbc)^9 =$ wbc^9 wb^9c^9 w^9bc^9 w^9bc **X**

$w^9b^9c^9$ $w^9 \cdot b^9 \cdot c^9$ $\underbrace{(wbc)\bullet........(wbc)}_{9mal}$

Ü3

$(3aem)^2 =$ $(3^1a^1e^1m^1)^2$ $9aem$ **X** $9a^2em$

$3a^2e^2m^2$ $9a^2e^2m^2$

Ü4

$(17pqr)^5 =$ $1419857pqr^5$ 17^5pqr^5 $1419857p^5q^5r^5$ **X**

17^5p^5qr $17 \cdot p^5qr$

Ü5*

Neuer Fall: Potenzieren von Potenzen ->>

Fall- zu Ü- Erweiterung:*

Typ: Eine Hochzahl größer als hoch 1 bei den Potenzen in der Klammer

Berechne **nach unserer vorigen Formel für das Potenzieren von Potenzen**

$$(61d \cdot d \cdot 37g \cdot g \cdot g)^3 =$$

Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungsleuchtturm Nr.016)

Wir können **in der Klammer auch die einzelnen Faktoren als Potenz zusammenfassend** ausmultiplizierend schreiben und ordnen.

Dieselbe Angabe lautet daher: Berechne:

$$(61d^2 \cdot 37g^3)^3$$

Diese Aufgabe muss natürlich dasselbe Ergebnis wie deine obige Berechnung haben!

Was ist mit den Hochzahlen von der Angabe zum Ergebnis „passiert"????

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

kleine Hilfe:

Wir sehen: *wird eine Potenz **potenziert,** so werden die Hochzahlen multipliziert!!!!*

Normale Berechnungsaufgaben

Ü6 **siehe Musterbeispiel Nr.001**

Berechne und stelle als Potenz dar:

$$((-f)\cdot(-13)\cdot x)^7 =$$

Ü7 **siehe Musterbeispiel Nr.002**

Berechne nach der **neuen obigen Formel** für das Potenzieren von Potenzen

$$\left(19d^4 \cdot 13l^3 \cdot 7m^5\right)^3 =$$

Beweis für deine richtige Rechnung:

Zerlege nun als 2.neuen Schritt *in der Klammer die Potenzen in ein Produkt* und potenziere hoch 3. Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungsleuchtturm Nr.016)

(dies entspricht dem 1.Schritt in Ü5*)

wir sehen: *wird eine Potenz **potenziert**, so werden die Hochzahlen multipliziert!!!!*

Diese Beispiele Ü6 und Ü7 sind im Lösungsteil vollständig durchgerechnet!!!!

Teil 2

Potenzen

Potenzieren eines Quotienten

Einstiegsüberlegung: **Fall : 1 als Hochzahl der Faktoren in der Klammer**

Ü**

Versuche, die Formel für das Potenzieren eines Quotienten **selbst herzuleiten**.

Dies ist nicht schwer.-nach dem Wissen aus dem Übungsleuchtturm Nr.014…befolge genau die Fragen und Anweisungen!

Zu berechnen ist

$$\left(\frac{e}{f}\right)^5 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Zerlege $\left(\frac{e}{f}\right)^5$ in ein **Produkt von Klammern mit** $\left(\frac{e}{f}\right)$ als Faktoren **!**

Wie lautet dein Ergebnis???

Nun lasse die Klammern weg und **multipliziere die Variable in Zähler und Nenner**

Wie oft wurde e multipliziert? Wie oft wurde f multipliziert?

Schreibe das Ergebnis wieder in eine Potenz um!

Wie lautet der Exponent (Hochzahl) im Ergebnis?? Wie ist dieser zustande gekommen, wenn du die Angabe betrachtest?

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

Bemerkung und kleine Hilfe->siehe nächste Seite

Ein Quotient wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem sein ***Dividend und sein Divisor extra*** **mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird**

Bemerkung und kleine Hilfe für obige Aufgabe, um die Formel herzuleiten:

Alle Feststellungen gelten analog für Zahlen als Faktoren in der Klammer. Diese sind am Ende dann wieder mit dem Taschenrechner berechenbar. (*siehe Lösungsteil am Ende*!)

Beispiel: $\left(\frac{5}{17}\right)^3 = \frac{5^3}{17^3} = \frac{125}{4913} =$ 0.02544270303277

$\left(\frac{5}{17}\right)^3 = (0{,}294117647059)^3 =$ 0.02544270303277

Beachte für weiterführende Überlegungen: (siehe Ü6*)

Beispiel: $\left(\frac{5}{17}\right)^3 = \left(\frac{5^1}{17^1}\right)^3 = nach\ voriger\ Formel = \frac{5^3}{17^3} = \frac{125}{4913}$

$$\left(\frac{5}{17}\right)^3 = \left(\frac{5^1}{17^1}\right)^3 = \frac{(5^1)^3}{(17^1)^3} = \frac{5^3}{17^3} = \frac{125}{4913}$$

Was ist mit den Hochzahlen im letzten Schritt „passiert"????

Potenzieren eines Quotienten

Ue-bspe zum Potenzieren eines Quotienten

Eve Apple-Mac Big-Intosh hat ihre Neue Mathematikmatura soeben absolviert.

Hat sie auch wirklich bei den Multiple Choice- aufgaben die richtige Lösung angekreuzt???

(mehrfache Lösungen –im Sinne der Angabe-sind möglich!!!)

Wie viele richtige Lösungen hat Eve angekreuzt??? -> X

(Teil 2 Eves -→zum Potenzieren eines Quotienten)

Ü1 $\left(\frac{w}{b}\right)^{11} =$ $\quad \frac{w^{11}}{b} \quad \frac{w^{11}}{b^{11}}$ X $\quad \frac{w}{b^{11}} \quad \frac{11w}{11b}$

Ü2 $\left(\frac{s}{9}\right)^{4} =$ $\quad \frac{s^4}{36} \quad \frac{s^4}{9^4}$ X $\quad \frac{s^4}{6561} \quad \frac{s^4}{9}$

Ü3 $\left(3\cdot\frac{x}{2}\right)^{2} =$ $\quad 3\cdot\frac{x^2}{2} \quad 9\cdot\frac{x^2}{2} \quad 3^2\cdot\frac{x^2}{2} \quad 3^2\cdot\frac{x^2}{4}$ X $\quad 3\cdot\frac{x}{2}\cdot 3\frac{x}{2}$ X

$3^2\cdot\frac{x^2}{2^2} \quad 9\cdot\frac{x^2}{4} \quad \frac{9x^2}{4}$ X

Ü4 $\left(\frac{stu}{rz}\right)^{5} =$ $\quad \frac{s^5tu}{rz}$ X $\quad \underbrace{\frac{stu}{rz}\bullet\ldots\ldots\ldots\bullet\frac{stu}{rz}}_{5mal} \quad \frac{s^5t^5u^5}{rz^5}$

$\frac{s^5t^5u^5}{(rz)^5}$ X $\quad \frac{(stu)^5}{(rz)^5} \quad \underbrace{\frac{stu}{rz}+\ldots\ldots\ldots+\frac{stu}{rz}}_{5mal}$

Ü5 $\left(\frac{14}{15}\cdot\frac{mk}{z}\right)^{3} =$ $\quad \left(\frac{14}{15}\right)^3\cdot\frac{mk^3}{z}$ X $\quad \frac{14^3}{15^3}\cdot\frac{mk^3}{z^3} \quad \frac{14^3}{15^3}\cdot\frac{m^3k^3}{z^3}$ X

$\frac{14^3}{15^3}\cdot\left(\frac{mk}{z}\right)^3 \quad \frac{2744}{3375}\cdot\frac{mk^3}{z^3}$ X $\quad \frac{2744}{3375}\cdot\frac{m^3k^3}{z^3}$

Ü6* Neuer Fall: **Potenzieren von Potenzen**

*<u>Fall- zu Ü**- Erweiterung:</u>*

<u>Typ: Eine Hochzahl größer als hoch 1 bei den Potenzen in der Klammer</u>

Berechne nach unserer vorigen Formel für das Potenzieren von Potenzen

$$\left(\frac{s\cdot s\cdot t\cdot t\cdot t}{r\cdot r\cdot r\cdot r}\right)^2 =$$

Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungsleuchtturm Nr.016)

Wir können **in der Klammer auch die einzelnen Faktoren als Potenz** zusammenfassend

ausmultiplizierend schreiben.

Dieselbe Angabe lautet daher: Berechne:

$$\left(\frac{s^2t^3}{r^4}\right)^2 =$$

Die Aufgabe muss natürlich dasselbe Ergebnis wie deine obige Berechnung haben!

Was ist mit den Hochzahlen von der Angabe zum Ergebnis „passiert"????

<u>Formuliere nun einen Formelmerksatz!</u>

kleine Hilfe:

Wir sehen: *wird eine Potenz **potenziert,** so werden die Hochzahlen multipliziert!!!!*

Normale Berechnungsaufgaben

Ü7

siehe Musterbeispiel Nr.003

Berechne nach der **neuen obigen Formel** für das Potenzieren von Potenzen

$$\left(\frac{9ef^3}{16g^4}\right)^2 =$$

Beweis für deine richtige Rechnung:

Zerlege nun als 2.neuen Schritt in der Klammer in **Zähler und Nenner die Potenzen in ein Produkt** und quadriere. Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungsleuchtturm Nr.016)

(dies entspricht dem 1.Schritt in Ü6*)

wir sehen: *wird eine Potenz **potenziert**, so werden die Hochzahlen multipliziert!!!!*

Ü8

siehe Musterbeispiel Nr.004

Berechne und stelle auf verschiedene Arten in einer **Potenzschreibweise** dar! Vereinfache dann soweit als möglich.

$$\left(\frac{15^3 \cdot 3^7}{15^2 \cdot 3^5}\right)^2 =$$

Diese Beispiele Ü7 und Ü8 sind im Lösungsteil vollständig durchgerechnet!!!!

Teil 3

..und als Schnelldessert ein paar normale Aufgaben zur Berechnung:

Schreibe zuerst als Potenz, und rechne dann erst mit dem Taschenrechner aus!

Gib alle möglichen Darstellungsarten an!!!!

Ü1 $\left(\frac{4}{7}\right)^2 =$

Ü2 $\left(\frac{3}{8}\right)^4 =$

Ü3 $\left(\frac{13}{17}\right)^3 =$

negatives Vorzeichen

Ü4 $\left(-\frac{3}{7}\right)^2 =$

Ü5 $\left(-\frac{14}{15}\right)^3 =$

Ü6 chilly $\left(-\frac{1}{9}\right)^7 =$ →›› *Zerlege in „2-er-Gruppen" (als Quadrate)*

Aufgaben mit einem Bruch (Quotienten) in einem Produkt vermischt

Schreibe zuerst als Potenz, und rechne dann erst mit dem Taschenrechner aus!

Gib alle möglichen Darstellungsarten an!!!! Vereinfache soweit als möglich!!!

Ü7 $\left(\frac{3}{17}s^4\right)^2 =$

Ü8 $\left(\frac{11}{15}f^5 \cdot 3x^4\right)^2 =$ **siehe Musterbeispiel Nr.004**

Ü9 $\left(\frac{3}{27} \cdot 4 \cdot u^3\right)^4 =$

Ü10 $\left(2{,}2m^4 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{d}{w}\right)^3 =$

Wie wird nun eine Summe oder Differenz in einer Klammer potenziert????

ACHTUNG!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

$(c+f)^n \neq c^n + f^n$ aber $\rightarrow (c \bullet f)^n = c^n \bullet f^n$

$(c-f)^n \neq c^n - f^n$ aber $\rightarrow \left(\frac{c}{f}\right)^n = \frac{c^n}{f^n}$

Eine **Summe oder Differenz kann nicht so leicht potenziert werden**.

Für n=2 (eventuell n=3) werden wir uns in einer der nächsten Leuchttürme beschäftigen.

n=2: **Binomische Formeln** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$\left(\frac{3}{11}\right)^3 = \frac{3^3}{11^3} =$ ...... Rechne mit dem Taschenrechner aus!

Für die Eingabe in den Taschenrechner und in TI N spire gilt:

Achtung! Potenzierst du den ganzen Bruch auf einmal hoch3, **musst du im TR den Bruch in Klammer setzen!!!! …also die Eingabereihenfolge im TR ist:**

(3 / 11) ^3

Überlege, was passiert wenn die Klammer weggelassen wird????

→ Taschenrechner und in TI N spire rechnen: $\frac{3}{11^3}$

Übungsleuchtturm Lösungen 017

Ü*

Versuche, die Formel für das Potenzieren eines Produkts **selbst herzuleiten**.

Dies ist nicht schwer.-nach dem Wissen aus der Übungsleuchtturm Nr.014…befolge genau die Fragen und Anweisungen!

Zu berechnen ist

$(c \cdot d)^4 = ...$

Zerlege $(c \cdot d)^4$ in ein **Produkt von Klammern** $(c \cdot d)$ **!**

$(c \cdot d)^4 = (c \cdot d) \cdot (c \cdot d) \cdot (c \cdot d) \cdot (c \cdot d)$

Wie lautet dein Ergebnis???

Nun lasse die Klammern weg und ordne nach den Variablen!

$(c \cdot d)^4 = (c \cdot d) \cdot (c \cdot d) \cdot (c \cdot d) \cdot (c \cdot d) = c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d$

Wie oft wurde c multipliziert? Wie oft wurde d multipliziert?

$c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d = c^4 \cdot d^4$

Schreibe das Ergebnis wieder in eine Potenz um!

Wie lautet der Exponent (Hochzahl) im Ergebnis?? Wie ist dieser zustande gekommen, wenn du die Angabe betrachtest?

Es wurde das c hoch 4 potenziert (zur 4.Potenz erhoben) (1.Faktor)und **auch** das d (2.Faktor) hoch 4 gerechnet=potenziert

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad x \in Z^+$

Ein Produkt wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer stehend potenziert, indem *jeder einzelne Faktor* mit einer Hochzahl bei dieser Klammer stehend potenziert wird

Ue-bspe zum Potenzieren eines Produkts

Eve Apple-Mac Big-Intosh hat ihre Neue Mathematikmatura soeben absolviert.

Hat sie auch wirklich bei den Multiple Choice- aufgaben die richtige Lösung angekreuzt???

(mehrfache Lösungen –im Sinne der Angabe-sind möglich!!!)

Die richtigen Lösungen zum Ankreuzen sind eingerahmt *(Eves rote Kreuze bleiben hier aus der Angabe stehen)*

Ü1

$(3k)^2 =$ $\boxed{3^2 \cdot k^2 \text{ X}}$ $3k^2$ $\boxed{9k^2}$ $9k$ X

$3^2 k^2$

Ü2

$(wbc)^9 =$ wbc^9 wb^9c^9 w^9bc^9 w^9bc X

$\boxed{w^9b^9c^9}$ $\boxed{w^9 \cdot b^9 \cdot c^9}$ $\boxed{\underbrace{(wbc)\bullet........(wbc)}_{9mal}}$

Ü3

$(3aem)^2 =$ $\boxed{(3^1a^1e^1m^1)^2}$ $9aem$ X $9a^2em$

$3a^2e^2m^2$ $\boxed{9a^2e^2m^2}$

Ü4

$(17pqr)^5 =$ $1419857pqr^5$ $17^5 pqr^5$ $\boxed{1419857p^5q^5r^5 \text{ X}}$

$17^5 p^5qr$ $17 \cdot p^5qr$

Eve hat also nur 2 richtige Lösungen von 8 angekreuzt!!!

Ü5* Neuer Fall: Potenzieren von Potenzen →

<u>Typ: Eine Hochzahl größer als hoch 1 bei den Potenzen in der Klammer</u>

Berechne nach unserer vorigen Formel für das Potenzieren von Potenzen

$$(61d\cdot d\cdot 37g\cdot g\cdot g)^3=(61^1d^1\cdot d^1\cdot 37^1g^1\cdot g^1\cdot g^1)^3=61^3\cdot d^3\cdot d^3\cdot 37^3\cdot g^3\cdot g^3\cdot g^3$$

Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungsleuchtturm Nr.016)

$$61^3\cdot d^3\cdot d^3\cdot 37^3\cdot g^3\cdot g^3\cdot g^3=61^3\cdot 37^3\cdot d^6\cdot g^9=226981\cdot 50653\cdot d^6\cdot g^9=$$

$=11497268593\,d^6g^9$ (mit TI N spire)

Wir können in der Klammer auch die einzelnen Faktoren als Potenz zusammenfassend ausmultiplizierend schreiben.

Dieselbe Angabe lautet daher: Berechne:

$$(61d^2\cdot 37g^3)^3=\rightarrow odnen\rightarrow(61\cdot 37\cdot d^2g^3)^3=\rightarrow wir\ wissen\ von\ oben=$$
$$61^3\cdot 37^3\cdot d^6\cdot g^9=226981\cdot 50653\cdot d^6\cdot g^9$$

Diese Aufgabe muss natürlich dasselbe Ergebnis wie deine obige Berechnung haben!

Fortsetzung nächste Seite

Was ist mit den Hochzahlen von der Angabe zum Ergebnis „passiert“????

$2 \cdot 3 = 6 \quad 3 \cdot 3 = 9$

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

Wir sehen: *wird eine Potenz **potenziert,** so werden die Hochzahlen multipliziert!!!!*

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad x \in Z^+$

Ein Produkt wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem *jeder einzelne Faktor* mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird

Ein Produkt, deren Faktoren Potenzen mit Hochzahlen **ungleich 1** sind wird potenziert, indem *jeder einzelne Faktor* potenziert wird und dabei die Hochzahlen in der Klammer mit der Hochzahl bei der Klammer stehend **multipliziert** wird.

Dies gilt natürlich auch für 1 als Hochzahlen-dieser leichteste Fall ist oben in dieser Definition inkludiert, aber extra behandelt.

Normale Berechnungsaufgaben

Ü6 **siehe Musterbeispiel Nr.001**

$((-f)\cdot(-13)\cdot x)^7 = (-f)^7\cdot(-13)^7\cdot x^7 = -f^7\cdot\left(-13^7\right)\cdot x^7 = -f^7\cdot(-62748517)\cdot x^7 =$
$+62748517 f^7 x^7 \rightarrow weil\ Minus\ mal\ Minus\quad ergibt\quad Plus$

Die auspotenzierte Zahl stellen wir an die Spitze. Als Ordnung schlagen wir vor:fkommt vor x

Beachte: Aufgrund der Vorzeichenregeln für Potenzen bleibt das **Minus für eine ungerade Hochzahl erhalten.(siehe Übungschili Nr.014)**

$(-f)^7 = -f^7 \qquad (-13)^7 = -13^7$

Ü7 **siehe Musterbeispiel Nr.002**

Berechne nach der **neuen obigen Formel** für das Potenzieren von Potenzen

$\left(19d^4\cdot 13l^{3\cdot}\cdot 7m^5\right)^3 = 19^3\cdot\left(d^4\right)^3\cdot 13^3\cdot\left(l^3\right)^3\cdot 7^3\cdot\left(m^5\right)^3 = 6859d^{12}\cdot 2197l^9\cdot 343m^{15} =$
$=$

= $5168743489\, d^{12}\cdot l^9\cdot m^{15}$

Beweis für deine richtige Rechnung:

Zerlege nun als 2.neuen Schritt *in der Klammer die Potenzen in ein Produkt* und potenziere hoch 3. Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungsleuchtturm Nr.016)

(dies entspricht dem 1.Schritt in Ü5*)

$\left(19d^4\cdot 13l^{3\cdot}\cdot 7m^5\right)^3 = (19d\cdot d\cdot d\cdot d\cdot 13\cdot l\cdot l\cdot l\cdot 7\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m)^3 = 19^3\cdot d^3\cdot d^3 \bullet \ldots\ldots \bullet m^3. =$
$\rightarrow Addieren\ der\ Hochzahlen\ gleicherBasis = 6859d^{12}\cdot 2197l^9\cdot 343m^{15}$

= $5168743489\, d^{12}\cdot l^9\cdot m^{15}$

Einstiegsüberlegung: **Fall : 1 als Hochzahl der Faktoren in der Klammer**

Ü**

Versuche, die Formel für das Potenzieren eines Qoutienten **selbst herzuleiten**.

Dies ist nicht schwer.-nach dem Wissen aus der Übungsleuchtturm Nr.014…befolge genau die Fragen und Anweisungen!

Zu berechnen ist

$$\left(\frac{e}{f}\right)^5 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Zerlege $\left(\frac{e}{f}\right)^5$ in ein **Produkt von Klammern mit** $\left(\frac{e}{f}\right)$ als Faktoren **!**

Wie lautet dein Ergebnis???

$$\left(\frac{e}{f}\right)\cdot\left(\frac{e}{f}\right)\cdot\left(\frac{e}{f}\right)\cdot\left(\frac{e}{f}\right)\cdot\left(\frac{e}{f}\right)$$

Nun lasse die Klammern weg und **multipliziere die Variable in Zähler und Nenner**

$$\frac{e\cdot e\cdot e\cdot e\cdot e}{f\cdot f\cdot f\cdot f\cdot f} = \frac{e^5}{f^5}$$

Wie oft wurde e multipliziert? Wie oft wurde f multipliziert?

Schreibe das Ergebnis wieder in eine Potenz um!

Wie lautet der Exponent (Hochzahl) im Ergebnis?? Wie ist dieser zustande gekommen, wenn du die Angabe betrachtest?

Es wurde im Zähler das e hoch 5 gerechnet=potenziert und im Nenner extra das f hoch 5 gerechnet=potenziert

siehe nächste Seite

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

Ein Quotient wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem sein ***Dividend und sein Divisor extra*** **mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{x} = \frac{a^{x}}{b^{x}} \quad b \neq 0 \quad x \in Z^{+}$$

Ein Quotient wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem sein ***Dividend und sein Divisor extra*** **mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird**

oder:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{n} = \frac{x^{n}}{y^{n}}$$

Potenzieren eines Bruchs

Ein Bruch wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem sein ***Zähler und sein Nenner extra*** **getrennt mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird**

Ein Bruch wird potenziert, indem Zähler und Nenner (mit derselben Potenz) ***extra potenziert*** werden

Ue-bspe zum Potenzieren eines Quotienten

Eve Apple-Mac Big-Intosh hat ihre Neue Mathematikmatura soeben absolviert.

Hat sie auch wirklich bei den Multiple Choice- aufgaben die richtige Lösung angekreuzt???

(mehrfache Lösungen –im Sinne der Angabe-sind möglich!!!)

Die richtigen Lösungen zum Ankreuzen sind eingerahmt *(Eves rote Kreuze bleiben hier aus der Angabe stehen)*

Ü1 $\left(\frac{w}{b}\right)^{11} =$ $\quad \frac{w^{11}}{b} \quad \boxed{\frac{w^{11}}{b^{11}}}$ X $\quad \frac{w}{b^{11}} \quad \frac{11w}{11b}$

Ü2 $\left(\frac{s}{9}\right)^{4} =$ $\quad \frac{s^4}{36} \quad \boxed{\frac{s^4}{9^4}}$ X $\quad \boxed{\frac{s^4}{6561}} \quad \frac{s^4}{9}$

Ü3 $\left(3\cdot\frac{x}{2}\right)^{2} =$ $\quad 3\cdot\frac{x^2}{2} \quad 9\cdot\frac{x^2}{2} \quad 3^2\cdot\frac{x^2}{2} \quad \boxed{3^2\cdot\frac{x^2}{4}}$ X $\quad \boxed{3\cdot\frac{x}{2}\cdot 3\frac{x}{2}}$ X

$\boxed{3^2\cdot\frac{x^2}{2^2}} \quad \boxed{9\cdot\frac{x^2}{4}} \quad \boxed{\frac{9x^2}{4}}$ X

Ü4 $\left(\frac{stu}{rz}\right)^{5} =$ $\quad \frac{s^5tu}{rz}$ X $\quad \boxed{\underbrace{\frac{stu}{rz}\bullet\ldots\ldots\ldots\bullet\frac{stu}{rz}}_{5mal}} \quad \frac{s^5t^5u^5}{rz^5}$

$\boxed{\frac{s^5t^5u^5}{(rz)^5}}$ X $\quad \boxed{\frac{(stu)^5}{(rz)^5}} \quad \underbrace{\frac{stu}{rz}+\ldots\ldots\ldots+\frac{stu}{rz}}_{5mal}$

Ü5 $\left(\frac{14}{15}\cdot\frac{mk}{z}\right)^{3} =$ $\quad \left(\frac{14}{15}\right)^3\cdot\frac{mk^3}{z}$ X $\quad \frac{14^3}{15^3}\cdot\frac{mk^3}{z^3} \quad \boxed{\frac{14^3}{15^3}\cdot\frac{m^3k^3}{z^3}}$ X

$\boxed{\frac{14^3}{15^3}\cdot\left(\frac{mk}{z}\right)^3} \quad \frac{2744}{3375}\cdot\frac{mk^3}{z^3}$ X $\quad \boxed{\frac{2744}{3375}\cdot\frac{m^3k^3}{z^3}}$

Eve hat also nur 7 richtige Lösungen von 14 angekreuzt!!

Ü6* Neuer Fall: Potenzieren von Potenzen

*Fall- zu Ü**- Erweiterung:*

Typ: Eine Hochzahl größer als hoch 1 bei den Potenzen in der Klammer

Berechne nach unserer vorigen Formel für das Potenzieren von Potenzen

$$\left(\frac{s\cdot s\cdot t\cdot t\cdot t}{r\cdot r\cdot r\cdot r}\right)^2=\frac{s^2\cdot s^2\cdot t^2\cdot t^2\cdot t^2}{r^2\cdot r^2\cdot r^2\cdot r^2}$$

Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungsleuchtturm Nr.016)

$$\frac{s^2\cdot s^2\cdot t^2\cdot t^2\cdot t^2}{r^2\cdot r^2\cdot r^2\cdot r^2}=\frac{s^4\cdot t^6}{r^8}$$

Wir können in der Klammer auch die einzelnen Faktoren als Potenz zusammenfassend

ausmultiplizierend schreiben.

Dieselbe Angabe lautet daher: Berechne:

$$\left(\frac{s^2t^3}{r^4}\right)^2= \quad \rightarrow nach\ unserem\ vorigen\ Wissen=\frac{s^4\cdot t^6}{r^8}$$

Die Aufgabe muss natürlich dasselbe Ergebnis wie deine obige Berechnung haben!

Was ist mit den Hochzahlen von der Angabe zum Ergebnis „passiert"????

Formuliere nun einen Formelmerksatz!

siehe nächste Seite

Ein Bruch (Quotient), dessen Zähler und Nenner (Dividend und Divisor) Potenzen mit Hochzahlen **ungleich 1** sind wird potenziert, indem ***Zähler und Nenner extra*** **potenziert** wird und dabei die Hochzahlen in der Klammer mit der Hochzahl bei der Klammer stehend **multipliziert** wird.

Dies gilt natürlich auch für 1 als Hochzahlen-dieser leichteste Fall ist oben in dieser Definition inkludiert, aber extra behandelt

Normale Berechnungsaufgaben

Ü7 **siehe Musterbeispiel Nr.003**

Berechne nach der **neuen obigen Formel** für das Potenzieren von Potenzen

$$\left(\frac{9ef^3}{16g^4}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{9ef^3}{16g^4}\right)^2 = \frac{9^2 \cdot e^2 \cdot f^6}{16^2 \cdot g^8} = \frac{81 \cdot e^2 \cdot f^6}{256 \cdot g^8}$$

Beweis für deine richtige Rechnung:

Zerlege nun als 2.neuen Schritt in der Klammer in **Zähler und Nenner die Potenzen in ein Produkt** und quadriere. Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungsleuchtturm Nr.016)

(dies entspricht dem 1.Schritt in Ü6*)

$$\left(\frac{9ef^3}{16g^4}\right)^2 = \left(\frac{9 \cdot e \cdot f \cdot f \cdot f}{16 \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g}\right)^2 = \frac{9^2 \cdot e^2 \cdot f^2 \cdot f^2 \cdot f^2}{16^2 \cdot g^2 \cdot g^2 \cdot g^2 \cdot g^2} = \frac{81 \cdot e^2 \cdot f^6}{256 \cdot g^8}$$

wir sehen: *wird eine Potenz **potenziert**, so werden die Hochzahlen multipliziert!!!!*

Ü8 **siehe Musterbeispiel Nr.004**

Berechne und stelle auf verschiedene Arten in einer **<u>Potenzschreibweise</u>** dar! Vereinfache dann soweit als möglich.

$$\left(\frac{15^3\cdot 3^7}{15^2\cdot 3^5}\right)^2 =$$

<u>1.Art:</u>

Potenzieren nach unserer vorigen Formel für das Potenzieren von Potenzen

$$\left(\frac{15^3\cdot 3^7}{15^2\cdot 3^5}\right)^2 = \frac{15^6\cdot 3^{14}}{15^4\cdot 3^{10}} = \frac{11390625\cdot 4782969}{50625\cdot 59049} =\!\!\longrightarrow TINspire = 18225$$

<u>2.Art:</u>

Aus der vorigen Übungschili Nr.016 wissen wir:

2 Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem ihre Hochzahlen subtrahiert werden

$$\left(\frac{15^3\cdot 3^7}{15^2\cdot 3^5}\right)^2 = \left(15^1\cdot 3^2\right)^2 = 135^2 = 18225$$

entspricht dem Kürzen

Man/frau könnte auch in der Klammer mit dem Taschenrechner oder TI N spire alles berechnen, und dann das Ergebnis quadrieren. Dies ist aber durch die Angabe“ verschiedene Arten in einer **<u>Potenzschreibweise“ ausgeschlossen.!!!!!</u>**

Teil 3

..und als Schnelldessert ein paar normale Aufgaben zur Berechnung:

Schreibe zuerst als Potenz, und rechne dann erst mit dem Taschenrechner aus!

Gib alle möglichen Darstellungsarten an!!!!

Ü1 $\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{4^2}{7^2} = \frac{16}{49}$

Ü2 $\left(\frac{3}{8}\right)^4 = \frac{3^4}{8^4} = \frac{81}{4096}$

Ü3 $\left(\frac{13}{17}\right)^3 = \frac{13^3}{17^3} = \frac{2197}{4913}$

negatives Vorzeichen

Ü4 $\left(-\frac{3}{7}\right)^2 = +\frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}$

Ü5 $\left(-\frac{14}{15}\right)^3 = -\frac{14^3}{15^3} = -\frac{2744}{3375}$

Ü6 $\left(-\frac{1}{9}\right)^7 =$ →›› *Zerlege in „2-er-Gruppen" (als Quadrate)*

$$\left(-\frac{1}{9}\right)^7 = \left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right) = \left(-\frac{1}{9}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) =$$

$$(+\frac{1}{81}) \cdot (+\frac{1}{81}) \cdot (+\frac{1}{81}) \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{81^3} \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{531441}\left(-\frac{1}{9}\right) = -\frac{1}{4782969}$$

Aufgaben mit einem Bruch (Quotienten) in einem Produkt vermischt

Ü7 $\left(\frac{3}{17}s^4\right)^2 = \frac{9}{289}s^8$

Ü8 $\left(\frac{11}{15}f^5 \cdot 3x^4\right)^2 = \frac{121}{25}f^{10}x^8$ **siehe Musterbeispiel Nr.004**

Ü9 $\left(\frac{3}{27} \cdot 4 \cdot u^3\right)^4 = \frac{256}{6561}u^{12}$

Ü10 $\left(2{,}2m^4 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{d}{w}\right)^3 = \frac{5{,}451776}{w^3}d^3m^{12}$

Musterbeispiele

Musterbeispiel Nr.001 **siehe Ü6 Teil1**

Berechne und vereinfache soweit als möglich:

$$((-41)\cdot(-h)\cdot p)^5 =$$

Nach der Formel des Potenzierens eines Produkts (inkludiert den Fall des Potenzierens von Potenzen mit der Hochzahl1) wird jeder einzelne Faktor in der Klammer potenziert und die Hochzahlen multipliziert

$$(a\cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad x\in Z^+$$

Ein Produkt wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem *jeder einzelne Faktor* mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird

$$\boxed{(a\cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad = (a^1\cdot b^1)^x \quad = (a^1)^x \cdot (b^1)^x \text{!!!!!!} \qquad x\in Z^+}$$

$$\textit{wir denken uns}: ((-41)^1\cdot(-h)^1\cdot p^1)^5 \Longrightarrow 1\cdot 5 = 5$$

$$= (-41)^5\cdot(-h)^5\cdot p^5 =$$

Nun wenden wir die Regel für das Potenzieren mit **einer ungeraden** Hochzahl an. Das Vorzeichen **Minus bleibt bei ungeraden Exponenten (Hochzahlen)erhalten**.

$$= (-41^5)\cdot(-h^5)\cdot p^5 =$$

Wir potenzieren die Zahl aus

$$= (-115856201)\cdot(-h^5)\cdot p^5 = -115856201\cdot(-h^5)\cdot p^5 =$$

$$\boxed{= +115856201\cdot h^5 p^5 \rightarrow \textit{weil Minus mal Minus} \quad \textit{ergibt} \quad \textit{Plus}}$$

Beachte: Aufgrund der Vorzeichenregeln für Potenzen bleibt das Minus für eine **ungerade** Hochzahl erhalten.

$$(-f)^7 = -f^7 \qquad (-13)^7 = -13^7$$

Musterbeispiel Nr.002 **siehe Ü7 Teil1**

Berechne nach der **Formel** für das Potenzieren von Potenzen

Schreibe in Potenzschreibweise und vereinfache soweit als möglich!

$$\left(18s^5 \cdot 21c^{4\cdot} \cdot 11a^6\right)^3 =$$

Nach der Formel des Potenzierens eines Produkts wird jeder einzelne Faktor in der Klammer potenziert und die Hochzahlen multipliziert

$$\boxed{\left(y^k\right)^p = y^{k\cdot p}}$$

Eine Potenz wird potenziert, indem die Hochzahlen **multipliziert** werden.

$$\boxed{\left(x^k \cdot y^m\right)^p = \left(x^k\right)^p \cdot \left(y^m\right)^p = x^{k\cdot p} \cdot y^{m\cdot p}}$$

Ein Produkt, deren Faktoren Potenzen mit Hochzahlen **ungleich 1** sind wird potenziert, indem *jeder einzelne Faktor* potenziert wird und dabei die Hochzahlen in der Klammer mit der Hochzahl bei der Klammer stehend **multipliziert** wird.

$18^3 \cdot \left(s^5\right)^3 \cdot 21^3 \cdot \left(c^4\right)^3 \cdot 11^3 \cdot \left(a^6\right)^3$ -> Nach der Formel des Potenzierens eines Produkts

wird jeder einzelne Faktor in der Klammer potenziert und die Hochzahlen multipliziert

$$= 5832s^{15} \cdot 9261c^{12} \cdot 1331a^{18}$$

Die Zahlen können noch ausmultipliziert werden

$\boxed{=71887512312\, a^{18} \cdot c^{12} \cdot s^{15}}$ (mit TI N spire) nach dem Alphabet geordnet

Fortsetzung nächste Seite →

Beweis für deine richtige Rechnung:

Zerlege nun als 2.neuen Schritt *in der Klammer die Potenzen in ein Produkt* und potenziere hoch 3. Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungschili Nr.016)

(dies entspricht dem 1.Schritt in Ü5*)

$$\left(18s^5 \cdot 21c^{4\cdot} \cdot 11a^6\right)^3 = \left(18 \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot 21 \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot 11 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a\right)^3$$

$$\left(18s^5 \cdot 21c^{4\cdot} \cdot 11a^6\right)^3 =$$

in der Klammer die Potenzen in ein Produkt zerlegt:

$$\left(18 \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot 21 \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot 11 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a\right)^3 =$$

alle Potenzen gleicher Basis dann zusammengefasst

$= 18^3 \cdot s^3 \cdot s^3 \bullet \ldots\ldots \bullet a^3 =$

$$\rightarrow \textit{Addieren der Hochzahlen gleicherBasis} \quad \textit{und Zahlen auspotenzieren} \rightarrow$$
$$= 5832s^{15} \cdot 9261c^{12} \cdot 1331a^{18}$$

$\boxed{=71887512312\,a^{18} \cdot c^{12} \cdot s^{15} \quad \text{(mit TI N spire)}}$

Musterbeispiel Nr.003 **siehe Ü7 Teil2**

Berechne nach der **neuen obigen Formel** für das Potenzieren von Potenzen

$$\left(\frac{12hg^3}{7y^4}\right)^3 =$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad b \neq 0 \quad x \in Z^+$$

Ein Quotient wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem sein ***Dividend und sein Divisor extra*** **mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird**

$$\boxed{\left(\frac{x^k}{y^m}\right)^p = \frac{\left(x^k\right)^p}{\left(y^m\right)^p} = \frac{x^{k\cdot p}}{y^{m\cdot p}}}$$

Ein Bruch (Quotient), dessen Zähler und Nenner (Dividend und Divisor) Potenzen mit Hochzahlen **ungleich 1** sind wird potenziert, indem ***Zähler und Nenner extra*** **potenziert** wird und dabei die Hochzahlen in der Klammer mit der Hochzahl bei der Klammer stehend **multipliziert** wird.

Dies gilt natürlich auch für 1 als Hochzahlen-dieser leichteste Fall ist oben in dieser Definition inkludiert, aber extra behandelt

$$=\left(\frac{12hg^3}{7y^4}\right)^3 = \frac{(12^1)^3 \cdot (h^1)^3 \cdot \left(g^3\right)^3}{\left(7^1\right)^3 \cdot \left(y^4\right)^3} = \frac{12^3 \cdot h^3 \cdot g^9}{7^3 \cdot y^{12}} =$$

$$=\boxed{\frac{1728g^9h^3}{343y^{12}}}$$ wir haben g vor h geordnet-nach dem Alphabet.

Beweis für deine richtige Rechnung:

Zerlege nun als 2.neuen Schritt in der Klammer in **Zähler und Nenner die Potenzen in ein Produkt** und quadriere. Fasse alle Potenzen gleicher Basis dann zusammen! (siehe Übungsleuchtturm Nr.016)

(dies entspricht dem 1.Schritt in Ü6*)

$$=\left(\frac{12hg^3}{7y^4}\right)^3 = \left(\frac{12\cdot h\cdot g\cdot g\cdot g}{7\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y}\right)^3 = \frac{12^3\cdot h^3\cdot g^3\cdot g^3\cdot g^3}{7^3\cdot y^3\cdot y^3\cdot y^3\cdot y^3} =$$

$$=\boxed{\frac{1728g^9h^3}{343y^{12}}}$$ wir haben g vor h geordnet-nach dem Alphabet.

wir sehen: *wird eine Potenz* ***potenziert,*** *so werden die Hochzahlen multipliziert!!!!*

Musterbeispiel Nr.004 **siehe Ü8 Teil2**

Berechne und stelle auf verschiedene Arten in einer **Potenzschreibweise** dar! Vereinfache dann soweit als möglich.

$$\left(\frac{13^4 \cdot 4^9}{13^2 \cdot 4^4}\right)^4 =$$

1.Art:

Potenzieren nach unserer Formel für das Potenzieren von Potenzen

$$\left(\frac{13^4 \cdot 4^9}{13^3 \cdot 4^4}\right)^2 = \frac{\left(13^4\right)^2 \cdot \left(4^9\right)^2}{\left(13^3\right)^2 \cdot \left(4^4\right)^2} = \frac{13^8 \cdot 4^{18}}{13^6 \cdot 4^8} = \frac{815730721 \cdot 68719476736}{4826809 \cdot 65536} = \boxed{177209344}$$

mit TI N spire berechnet.

2.Art:

Aus der vorigen Übungschili Nr.016 wissen wir:

2 Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem ihre Hochzahlen subtrahiert werden

entspricht dem Kürzen

$$\left(\frac{13^4 \cdot 4^9}{13^3 \cdot 4^4}\right)^2 = \left(\frac{13^4}{13^3} \bullet \frac{4^9}{4^4}\right) = \left(13^{4-3} \cdot 4^{9-4}\right)^2 = (13^1 \cdot 4^5)^2 = \left(13 \cdot 1024\right)^2 = 13312^2 =$$

$$= \boxed{177209344}$$

Musterbeispiel Nr.004 **siehe Ü8 Teil3**

Schreibe zuerst als Potenz, und rechne dann erst mit dem Taschenrechner aus!

Gib alle möglichen Darstellungsarten an!!!! Vereinfache dann soweit als möglich!!!

$$\left(\frac{23}{24}h^5 \cdot 13k^4\right)^2 = \left(\frac{23}{24} \cdot h^5 \cdot 13 \cdot k^4\right)^2$$

In der Klammer liegt ein Produkt vor

Im Produkt der Klammer befindet sich ein Bruch (Quotient), der ebenfalls nach den Potenzregeln quadriert werden muss. (Zähler **und** Nenner werden quadriert!!)

Dazu brauchen wir folgende Formeln:

Nach der Formel des Potenzierens eines Produkts wird jeder einzelne Faktor in der Klammer potenziert und die Hochzahlen multipliziert

$$\boxed{\left(y^k\right)^p = y^{k \cdot p}}$$

Eine Potenz wird potenziert, indem die Hochzahlen **multipliziert** werden.

$$\boxed{\left(x^k \cdot y^m\right)^p = \left(x^k\right)^p \cdot \left(y^m\right)^p = x^{k \cdot p} \cdot y^{m \cdot p}}$$

Ein Produkt, deren Faktoren Potenzen mit Hochzahlen **ungleich 1** sind wird potenziert, indem *jeder einzelne Faktor* potenziert wird und dabei die Hochzahlen in der Klammer mit der Hochzahl bei der Klammer stehend **multipliziert**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad b \neq 0 \quad x \in Z^+$$

Ein Quotient wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem sein ***Dividend und sein Divisor extra*** **mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird**

$$\left(\frac{23}{24}h^5 \cdot 13k^4\right)^2 = \left(\frac{23}{24}\right)^2 \cdot \left(h^5\right)^2 \cdot 13^2 \cdot \left(k^4\right)^2 =$$

Ein Produkt wird potenziert, indem jeder einzelne Faktor potenziert wird.

$$= \frac{23^2}{24^2} \cdot h^{5\bullet 2} \cdot 13^2 \cdot k^{4\bullet 2} =$$

$$= \frac{529}{576} \cdot h^{10} \cdot 169 \cdot k^8 = \frac{529 \cdot 169}{576} h^{10} k^8 =$$

$$\boxed{= \frac{89401}{576} h^{10} k^8}$$

Theorieteil

Potenzieren eines Produkts

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad x \in Z^+$

Ein Produkt wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem *jeder einzelne Faktor* mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird

Beachte Die Hochzahl von $a \quad und \quad b = 1$

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad = (a^1 \cdot b^1)^x \quad = (a^1)^x \cdot (b^1)^x$!!!!!!! $\quad x \in Z^+$

Bsp.: $(12 \cdot m)^2 = 12^2 \cdot m^2 \quad = 144m^2 = (12^1 \cdot m^1)^2 \quad = (12^1)^2 \cdot (m^1)^2$!!!!!!!

Es gilt für mehrere Faktoren:

$(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$

Weiterführung:

$(y^k)^p = y^{k \cdot p}$

Eine <u>Potenz</u> wird potenziert, indem die Hochzahlen **multipliziert** werden.

$(x^k \cdot y^m)^p = (x^k)^p \cdot (y^m)^p = x^{k \cdot p} \cdot y^{m \cdot p}$

Ein Produkt, deren Faktoren Potenzen mit Hochzahlen **ungleich 1** sind wird potenziert, indem <u>*jeder einzelne Faktor*</u> potenziert wird und dabei die Hochzahlen in der Klammer mit der Hochzahl bei der Klammer stehend **multipliziert** wird.

Dies gilt natürlich auch für 1 als Hochzahlen-dieser leichteste Fall ist oben in dieser Definition inkludiert, aber extra behandelt.

Potenzieren eines Quotienten

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad b \neq 0 \quad x \in Z^+$$

Ein Quotient wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem sein ***Dividend und sein Divisor extra*** **mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird**

oder:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$$

Potenzieren eines Bruchs

Ein Bruch wird mit einer Hochzahl bei einer Klammer potenziert, indem sein ***Zähler und sein Nenner extra*** **getrennt mit dieser Hochzahl bei dieser Klammer potenziert wird**

Ein Bruch wird potenziert, indem Zähler und Nenner (mit derselben Potenz) ***extra potenziert*** werden

$$\left(\frac{x^k}{y^m}\right)^p = \frac{\left(x^k\right)^p}{\left(y^m\right)^p} = \frac{x^{k\cdot p}}{y^{m\cdot p}}$$

Ein Bruch (Quotient), dessen Zähler und Nenner (Dividend und Divisor) Potenzen mit Hochzahlen **ungleich 1** sind wird potenziert, indem ***Zähler und Nenner extra*** **potenziert** wird und dabei die Hochzahlen in der Klammer mit der Hochzahl bei der Klammer stehend **multipliziert** wird.

Dies gilt natürlich auch für 1 als Hochzahlen-dieser leichteste Fall ist oben in dieser Definition inkludiert, aber extra behandelt