

Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm

008

=Übungskapitel

Geometrie!

Die besonderen sonderbaren Punkte im Dreieck

H,S,U und I im erweiterten Koordinatensystem

Teil 2-Konstruktion

Erforderlicher Wissensstand (->Stoffübersicht im Detail siehe auch Wissensleuchtturm der UE-und 3.Kl.)

Kenntnis des erweiterten Koordinatensystems mit negativen Achsen-„Koordinatenkreuz“

negative und positive Koordinaten; Begriff der Quadranten;

Lage von Punkten im erweiterten Koordinatensystem

Spiegeln von Punkten an einer Spiegelachse

Kenntnis der Begriffe : Besondere Punkte im Dreieck und deren Konstruktion:
Höhenschnittpunkt,Umkreismittelpunkt,Schwerpunkt und Inkreismittelpunkt.

Eulersche Gerade. Umkreis und Inkreis.

Seitensymmetralen, Höhen, Winkelhalbierende, Schwerlinien

(Know- How->siehe Wissensleuchtturm der UE-&.3.Klasse)

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Vertiefendes Training der Konstruktion von H,S,U und I

Lösungen mit kompletten Konstruktionsabbildungen zu allen Üs findest du ab Seite 11



Der Umkreismittelpunkt-Umkreis

Ü1 *Konstruiere das Dreieck ABC.*

*Ermittle konstruktiv am Zeichenblatt die Koordinaten des **Umkreismittelpunktes U** und zeichne den **Umkreis!***

*Bestimme weiters die Koordinaten der 3 **Seitenmittelpunkte** M_{AB} , M_{BC} , M_{AC} sowie die **Länge des Umkreisradius r***

1.) Fall1: **spitzwinkeliges** Dreieck

der Umkreismittelpunkt liegt **innerhalb** der Dreiecksfläche

$A(-8/5,5)$ $B(-1/-4)$ $C(6/4,5)$ 5,5cm bedeutet 11 Kästchen als Norm

2.) Fall2: **stumpfwinkeliges** Dreieck

der Umkreismittelpunkt liegt **außerhalb** der Dreiecksfläche

$A(-8,5/-2,5)$ $B(4/4)$ $C(2,5/-3,5)$ 2,5cm bedeutet 5 Kästchen als Norm

Einheit auf den Achsen: 1cm!!!

Ü2 *Konstruiere das Dreieck ABC.*

*Ermittle konstruktiv am Zeichenblatt die Koordinaten des **Umkreismittelpunktes U** und zeichne den **Umkreis!***

*Bestimme weiters die Koordinaten der 3 **Seitenmittelpunkte** M_{AB} , M_{BC} , M_{AC} sowie die **Länge des Umkreisradius r***

1.) $A(1,5/5)$ $B(0/-2,5)$ $C(-9/-5)$

2.) $A(3,5/-4,5)$ $B(-7/2,5)$ $C(9/-2,5)$ *Einheit auf den Achsen: 1cm!!!*

Lasse dich „überraschen“, ob das Dreieck spitz-oder stumpfwinkelig ist!

2 Der Höhenschnittpunkt

Ü3 Konstruiere das Dreieck ABC.

Ermittle konstruktiv am Zeichenblatt die Koordinaten des **Höhenschnittpunkts H**

Bestimme weiters die Koordinaten der 3 **Höhenfußpunkte** F_a F_b F_c

1.) Fall1: **spitzwinkeliges** Dreieck

der Höhenschnittpunkt liegt **innerhalb** der Dreiecksfläche

$$A(0,5/6,5) \quad B(2/-4,5) \quad C(-6,5/-2)$$

2.) Fall2: **stumpfwinkeliges** Dreieck

der Höhenschnittpunkt liegt **außerhalb** der Dreiecksfläche

$$A(-6,5/3,5) \quad B(8,5/0) \quad C(0/-3,5)$$

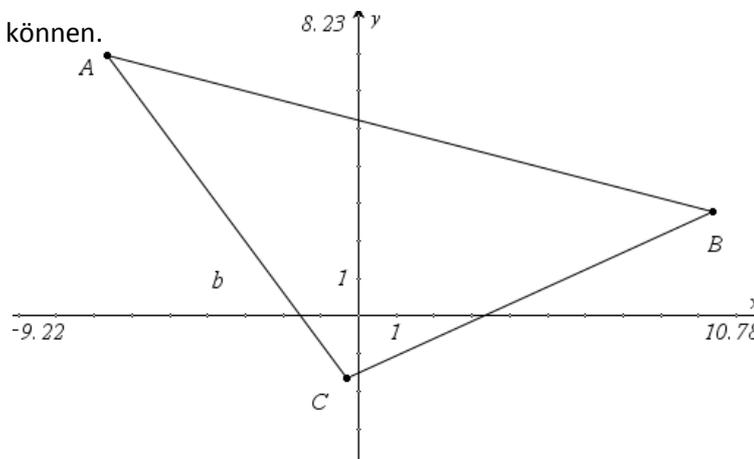


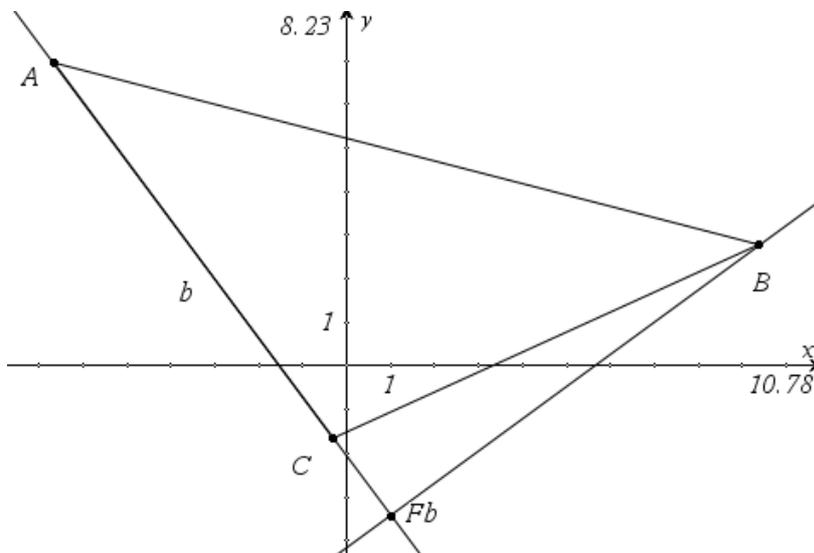
Einheit auf den Achsen: 1cm!!!

Bemerkung zu 2.): stumpfwinkeliges Dreieck

Beachte beim Einzeichnen der Höhen- also Legen der Normale auf eine Seite durch den gegenüberliegenden Eckpunkt im **stumpfwinkligen Dreieck**: **du musst die Seite oft über einen Eckpunkt hinaus verlängern um die Normale =Höhenlinie zeichnen zu können**

Ein anschauliches Beispiel: die Länge der Seite b reicht hier nicht, um die Höhe h_b durch den Eckpunkt B legen zu können.



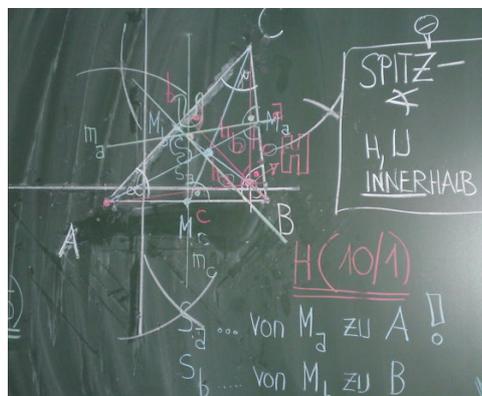


Du musst die Verlängerung der Linie über den Eckpunkt C hinaus zeichnen, also letzten Endes die Strecke $\overline{F_b C}$. Durch den Höhenfußpunkt F_b wird die Normale auf b durch B gelegt.

Genauso gehst du bei der Konstruktion von h_a vor.

Erfahrungsgemäß habe ich beobachtet, dass viele SchülerInnen im stumpfwinkligen Dreieck nicht wissen, wo sie die Normale anlegen sollen, "da die Linie nicht da ist, um durch den gegenüberliegenden Eckpunkt die Normale zu legen....."!

Daher: Übung macht den/die MeisterIN!!!



Ü4 *Konstruiere das Dreieck ABC.*

Ermittle konstruktiv am Zeichenblatt die Koordinaten des **Höhenschnittpunkts H**

Bestimme weiters die Koordinaten der 3 **Höhenfußpunkte** F_a F_b F_c

1.) $A(-9,5/-2)$ $B(-4,5/-6)$ $C(-3,5/-1)$

2.) $A(0/6,5)$ $B(9/3,5)$ $C(-8,5/-5,5)$

Lasse dich „überraschen“, ob das Dreieck spitz-oder stumpfwinkelig ist!

Einheit auf den Achsen: 1cm!!!

Ad 2): Platz für das Koordinatensystem: positive y-Achse: 13cm „hinauf“, sonst 10cm in alle Richtungen!!

3 Der Schwerpunkt

Ü5 *Konstruiere das Dreieck ABC.*

*Ermittle konstruktiv am Zeichenblatt die Koordinaten des **Schwerpunkts S***

*Bestimme auch die Koordinaten der 3 **Seitenmittelpunkte** M_{AB} , M_{BC} , M_{AC}*

1.) **spitzwinkeliges** Dreieck

$$A(-6,5/2) \quad B(-1/-5,5) \quad C(8/5,5)$$

2.) **stumpfwinkeliges** Dreieck

$$A(-3,5/-2,5) \quad B(0,5/-2) \quad C(-9,5/4)$$

Einheit auf den Achsen: 1cm!!!



Ü6 *Konstruiere das Dreieck ABC.*

*Ermittle konstruktiv am Zeichenblatt die Koordinaten des **Schwerpunkts S***

*Bestimme auch die Koordinaten der 3 **Seitenmittelpunkte** M_{AB} , M_{BC} , M_{AC}*

1.) $A(-3,5/5,5) \quad B(4/3,5) \quad C(-1/-5,5)$

2.) $A(9/-5,5) \quad B(-3/-3,5) \quad C(0/-6,5)$



Der Inkreismittelpunkt

Ü7

Konstruiere das Dreieck ABC.

*Ermittle die Koordinaten des **Inkreismittelpunkts I** konstruktiv auf dem*

Zeichenblatt und zeichne den Inkreis!

Gib weiters die Koordinaten der 3 Berührungspunkte des Inkreises des Dreiecks

T_1, T_2 und T_3 an!

sowie die Länge des Inkreisradius ρ

1.) **spitzwinkeliges** Dreieck

$$A(8/3,5) \quad B(4/-5,5) \quad C(-7,5/4,5)$$

2.) **stumpfwinkeliges** Dreieck

$$A(-6,5/-1,5) \quad B(-2/-5) \quad C(9/3,5)$$

Einheit auf den Achsen: 1cm!!!



Ü8

Konstruiere das Dreieck ABC.

*Ermittle die Koordinaten des **Inkreismittelpunkts I** konstruktiv auf dem*

*Zeichenblatt und zeichne den **Inkreis!***

*Gib weiters die Koordinaten der 3 **Berührungspunkte** des **Inkreises** des Dreiecks*

T_1, T_2 und T_3 an!

*sowie die Länge des **Inkreisradius** ρ*

1.) $A(7,5|-6,5)$ $B(3|3,5)$ $C(8,5|4,5)$

2.) $A(-7,5|-5,5)$ $B(7,5|-5,5)$ $C(1|5,5)$

Einheit auf den Achsen: 1cm!!!



Die Eulersche Gerade e

Ü9

Bestimme konstruktiv am **Zeichenblatt** jeweils die Lage der **Eulerschen Geraden e** in folgendem Dreieck:

Konstruiere also H, S und U im selben Dreieck- also in einer Konstruktion!

Achte die richtigen Geraden und Linien für den jeweiligen Schnittpunkt zu bestimmen!!

Es ist oft „sehr viel Getümmel“ im Dreieck und die Striche sind sehr eng nebeneinander!!!

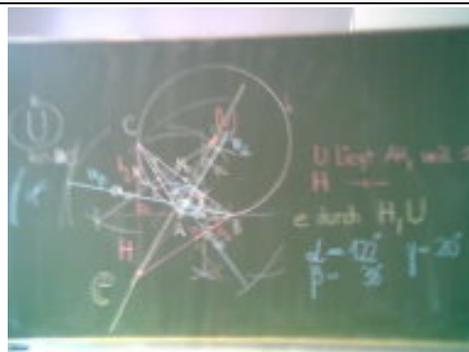
Wähle wie immer als Einheit 1cm auf den Achsen!

- 1.) $A(-9/2,5)$ $B(-1/-4,5)$ $C(6,5/5,5)$
- 2.) $A(-9,5/5)$ $B(4/1,5)$ $C(-2/-2,5)$
- 3.) $A(-4/-2,5)$ $B(6/-4)$ $C(0/5,5)$
- 4.) $A(0,5/4,5)$ $B(8,5/-3,5)$ $C(9/0)$

Im Bsp. 4): **13cm auf allen Achsen !**

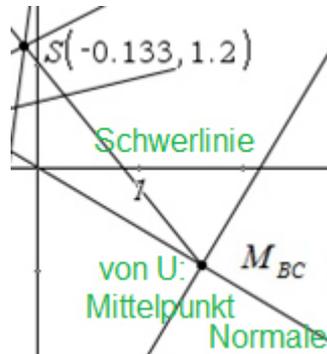
Erstelle zur zusätzlichen Übung die Konstruktionen aus **Ü9** auch mittels **TI Nspire!**

Tafelkonstruktion der Eulerschen Geraden und Umkreis



Überlege: (->>siehe Abbildung)

Konstruierst du zuerst den Umkreismittelpunkt, hast du bereits den Mittelpunkt der Seiten mit der Normalen bestimmt und hast somit für den **Schwerpunkt die Verbindungspunkte**.



Ü10

Bestimme **konstruktiv mittels TI N'spire** die Lage der Eulerschen Gerade in folgendem Dreieck:

Die Anleitung für die Konstruktion der einzelnen Punkte mittels Computeralgebraprogramm **TI N'spire** zur Wiederholung findest du in dieser Wissenschi **im Detail bei H, S und U !!!!!**

- 1.) $A(1,7/5,4)$ $B(4,7/4,4)$ $C(5,7/-4,8)$
- 2.) $A(-9,3/5,8)$ $B(-8,2/-6,3)$ $C(8,8/-0,7)$

Zur Übung kannst du auch die Konstruktion am **Zeichenblatt** durchführen.

Dies erfordert natürlich viel Genauigkeit!!!



Lösungen

Übungsleuchtturm 008

Ü1 Der Umkreismittelpunkt U

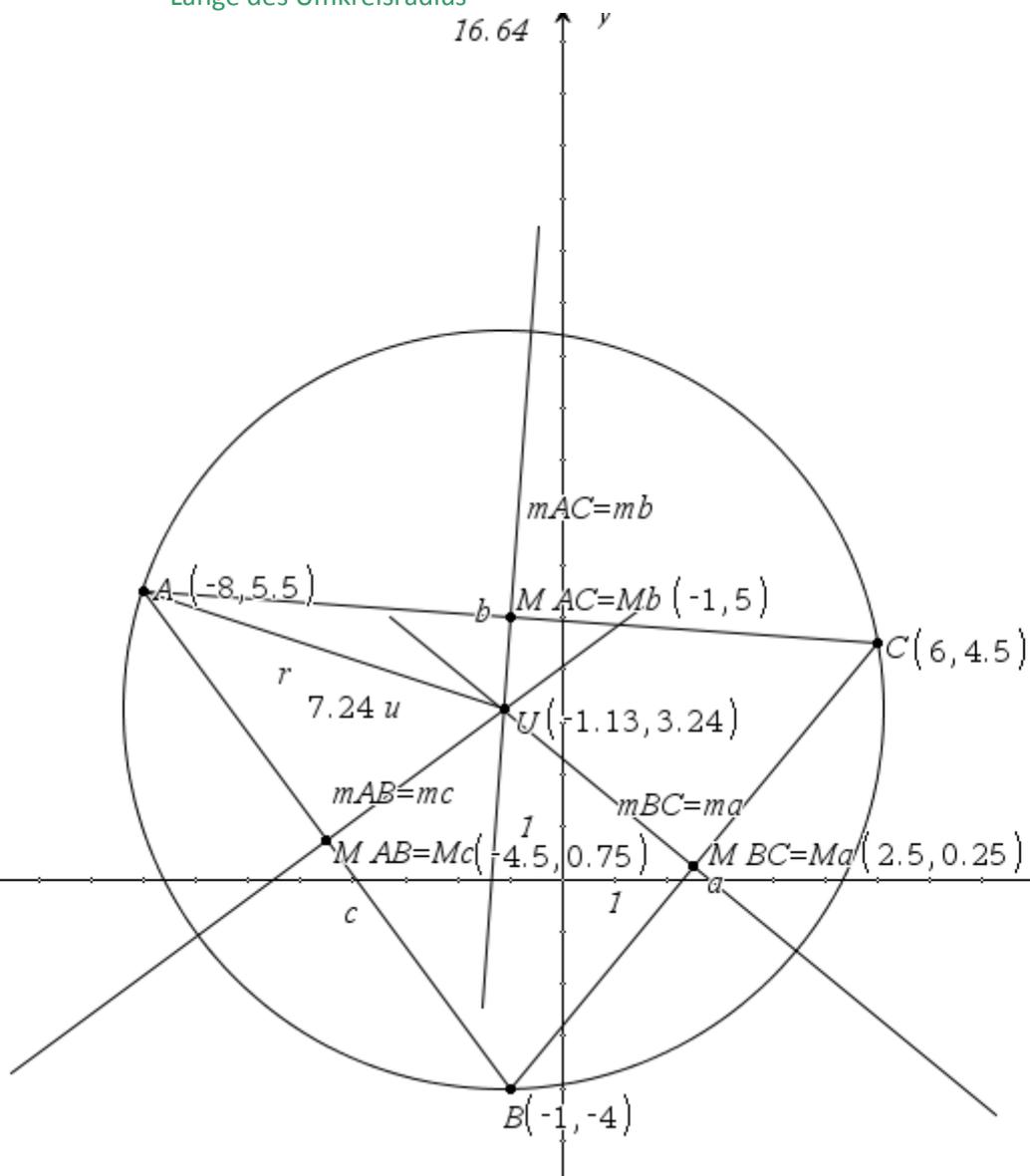
1.) Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$M_{AB}(-4,5/0,8) = M_c \quad M_{BC}(2,5/0,3) = M_a \quad M_{AC}(-1/5) = M_b$$

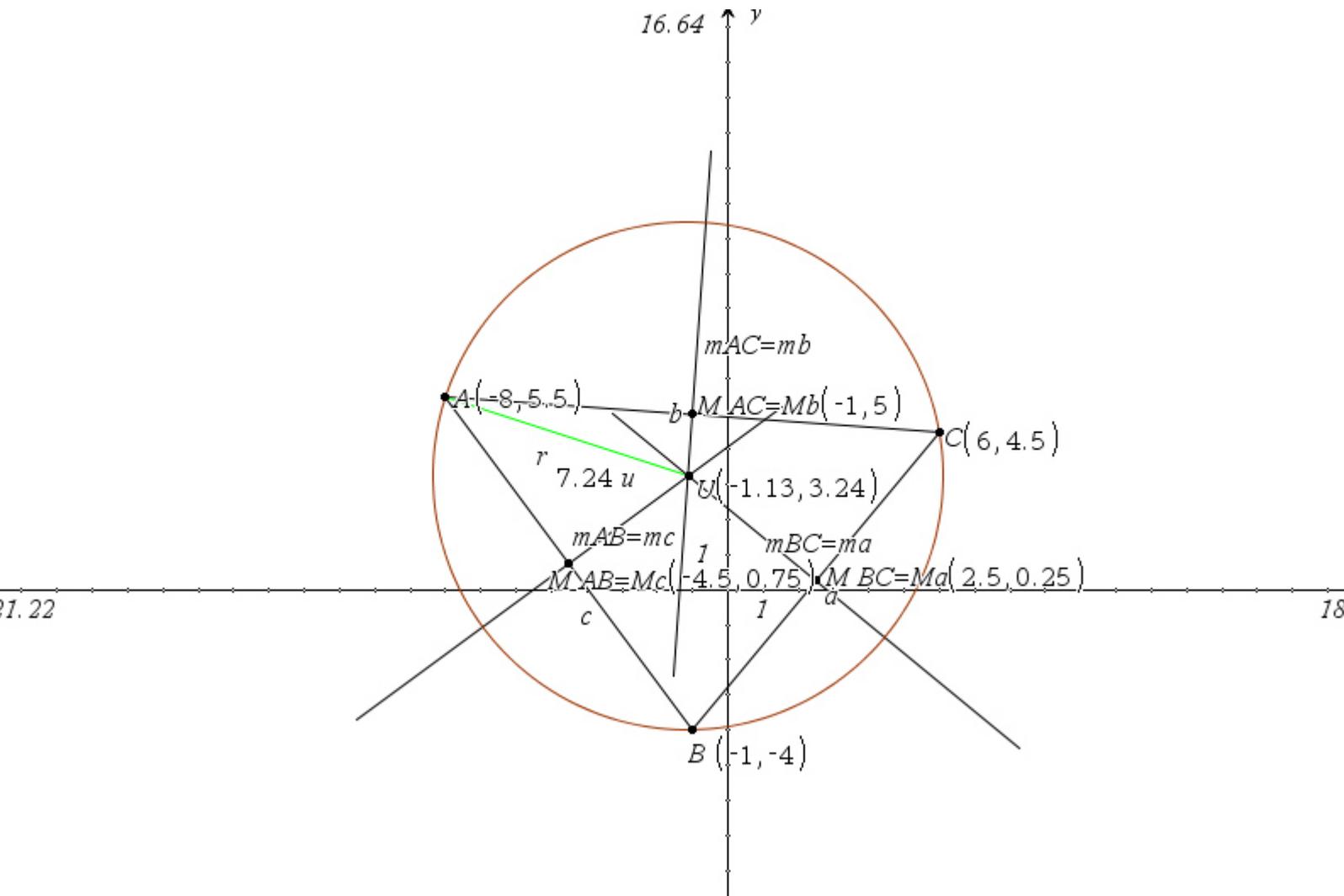
Koordinaten der 3 Seitenmittelpunkte

$U(-1,1/3,2)$ Koordinaten des Umkreismittelpunkts

$r = 7,2 \text{ LE}$ Länge des Umkreisradius



Der Umkreisradius r ist grün, der Umkreis braun eingezeichnet.



Ü1

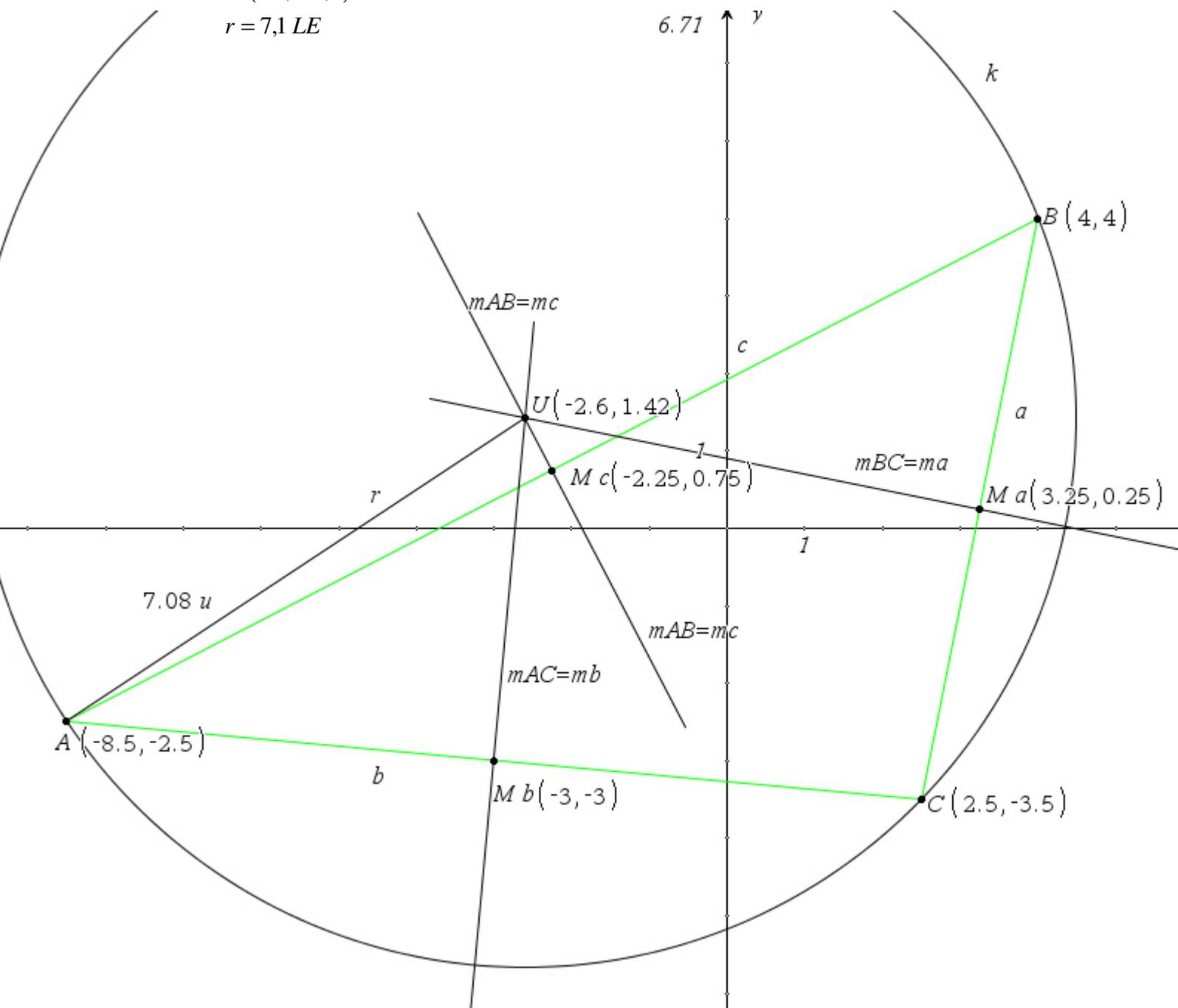
2.) Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

Das Grunddreieck ist grün markiert

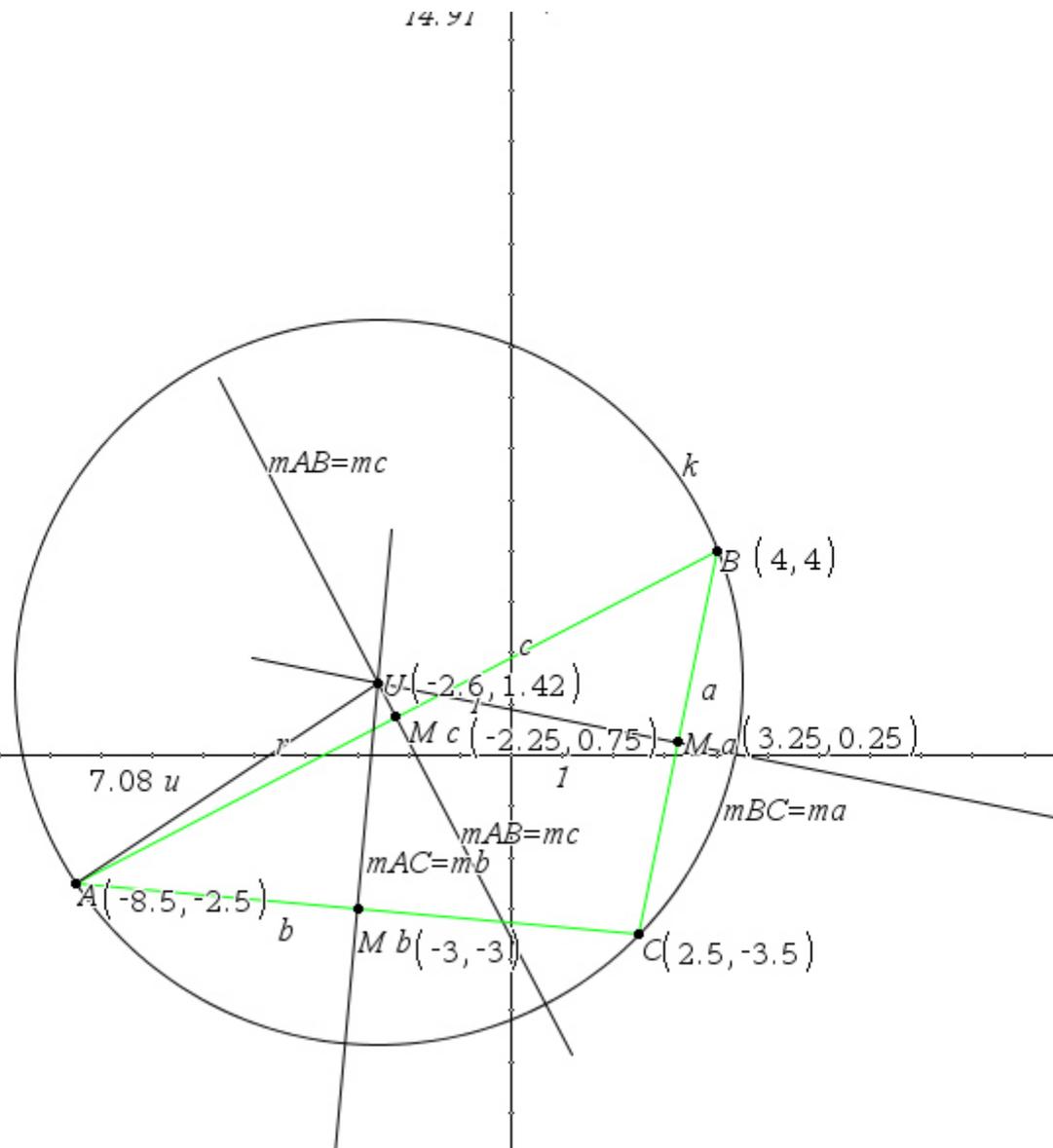
$$M_{AB}(-2,3/0,8) \quad M_{BC}(3,3/0,3) \quad M_{AC}(-3/-3)$$

$$U(-2,6/1,4)$$

$$r = 7,1 \text{ LE}$$



grobe Übersichtsbildschirmfotografie (als Menüpunkt TI Nspires)



Ü2

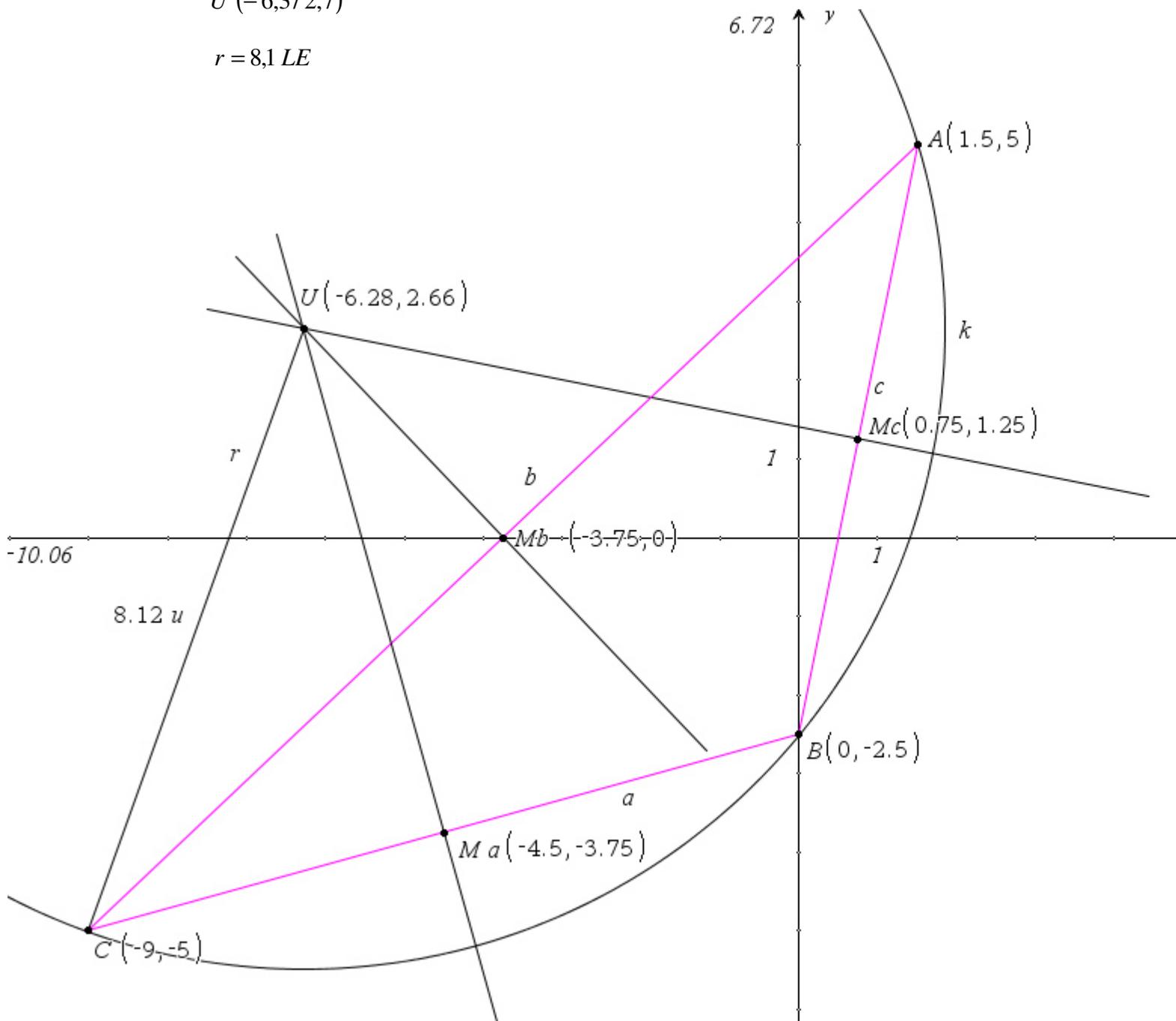
1.) Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

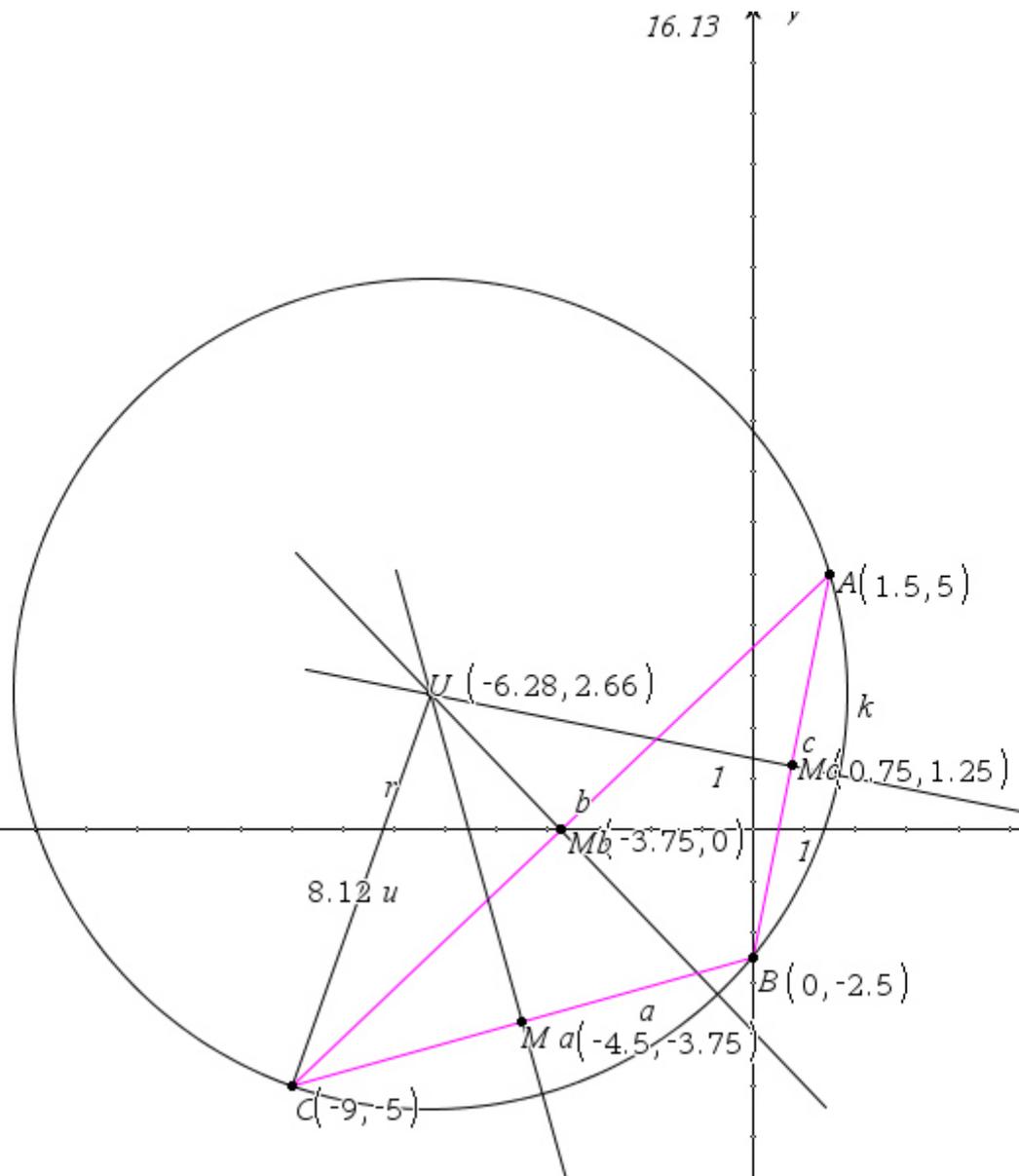
Das Grunddreieck ist violett markiert

$$M_{AB} (0,8/1,3) \quad M_{BC} (-4,5/-3,5) \quad M_{AC} (-3,8/0)$$

$$U (-6,3/2,7)$$

$$r = 8,1 \text{ LE}$$





Ü2

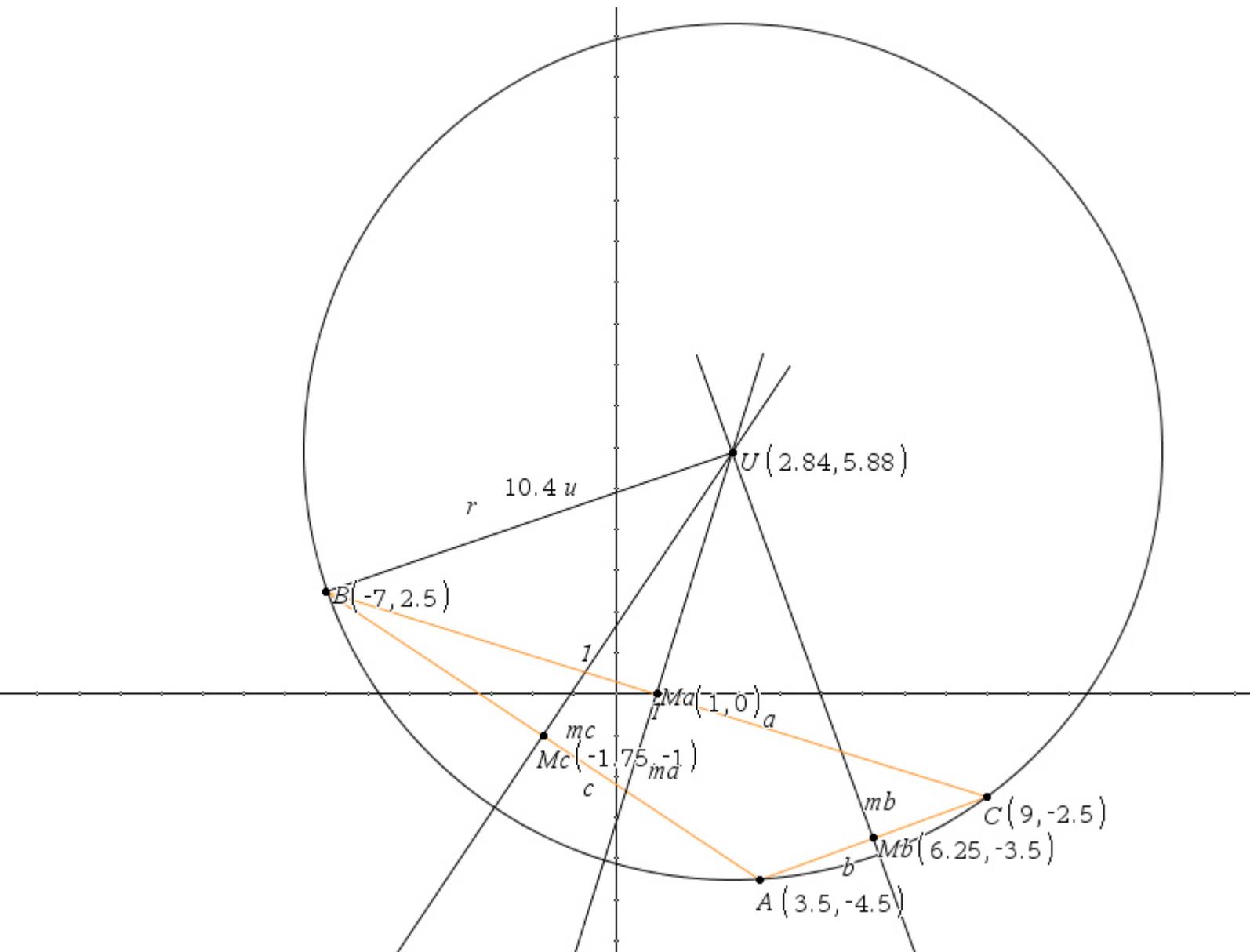
2.)

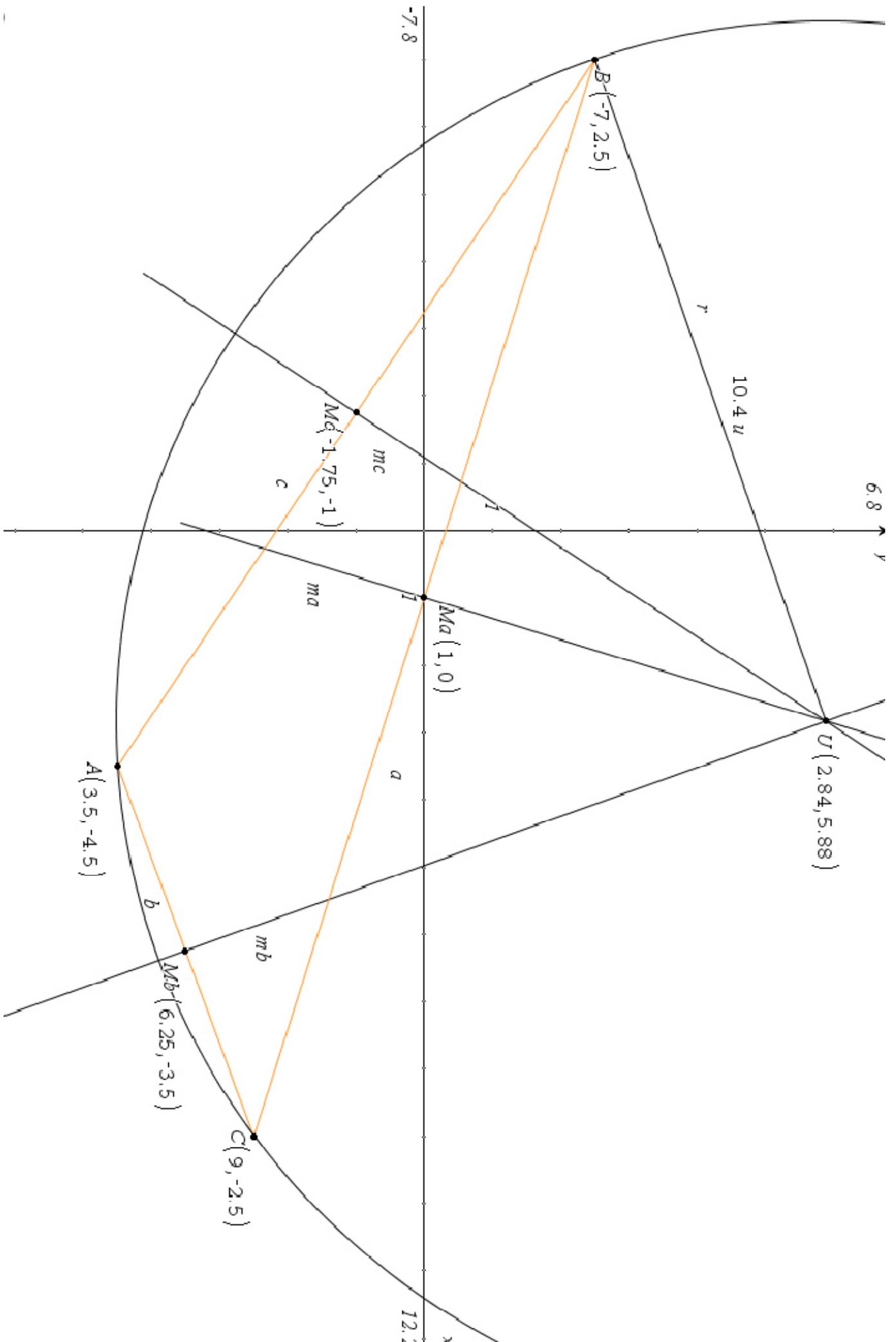
Die folgenden Werte sind meist auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$M_{AB} (-1,8/-1) \quad M_{BC} (1/0) \text{ exakt} \quad M_{AC} (6,3/-3,5)$$

$$U (2,8/5,9)$$

$$r = 10,4 \text{ LE}$$





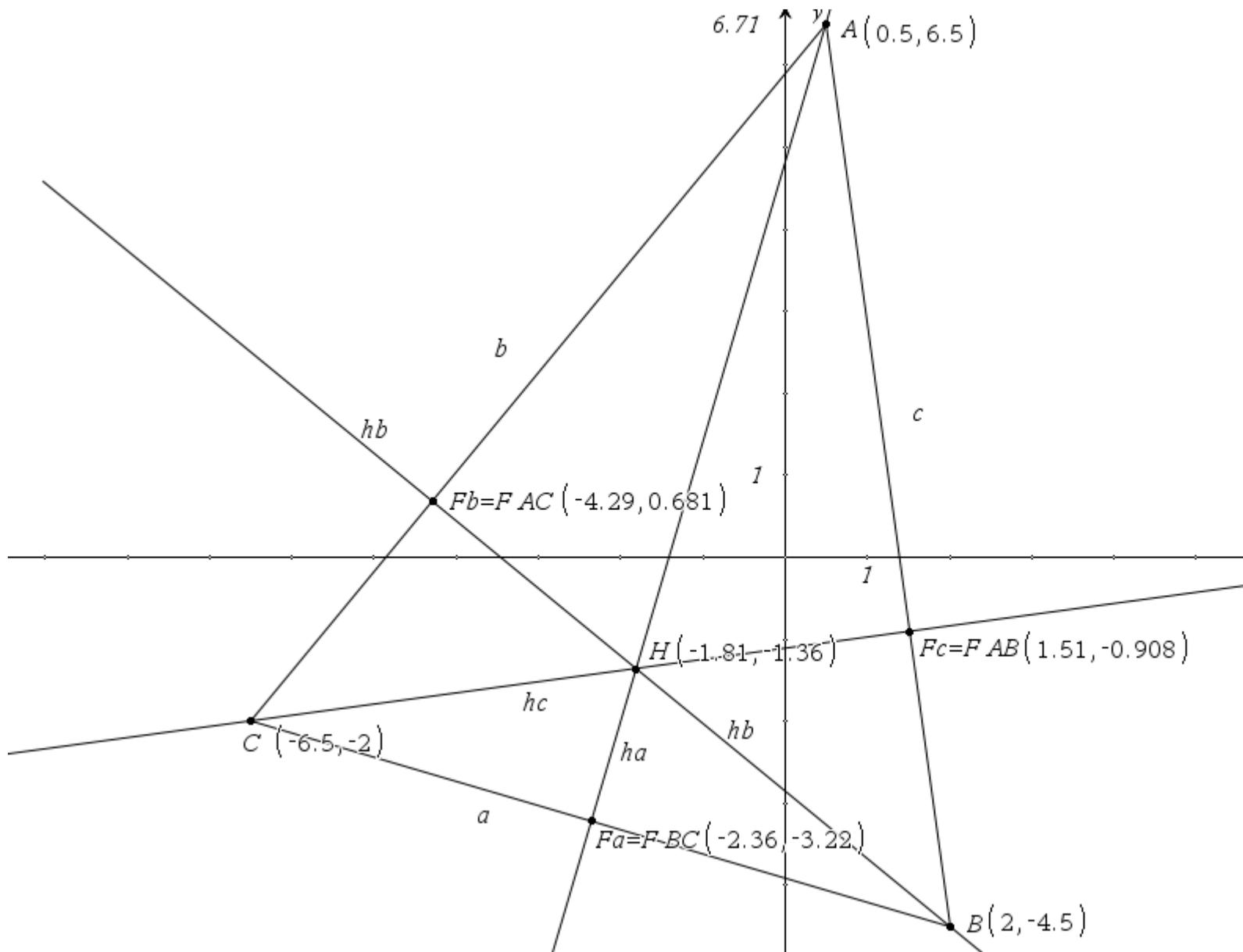
Ü3 Der Höhenschnittpunkt H

1.)

Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$F_c(1,5/-0,9) = F_{AB} \quad F_a(-2,4/-3,2) = F_{BC} \quad F_b(-4,3/0,7) = F_{AC}$$

$$H(-1,8/-1,4)$$

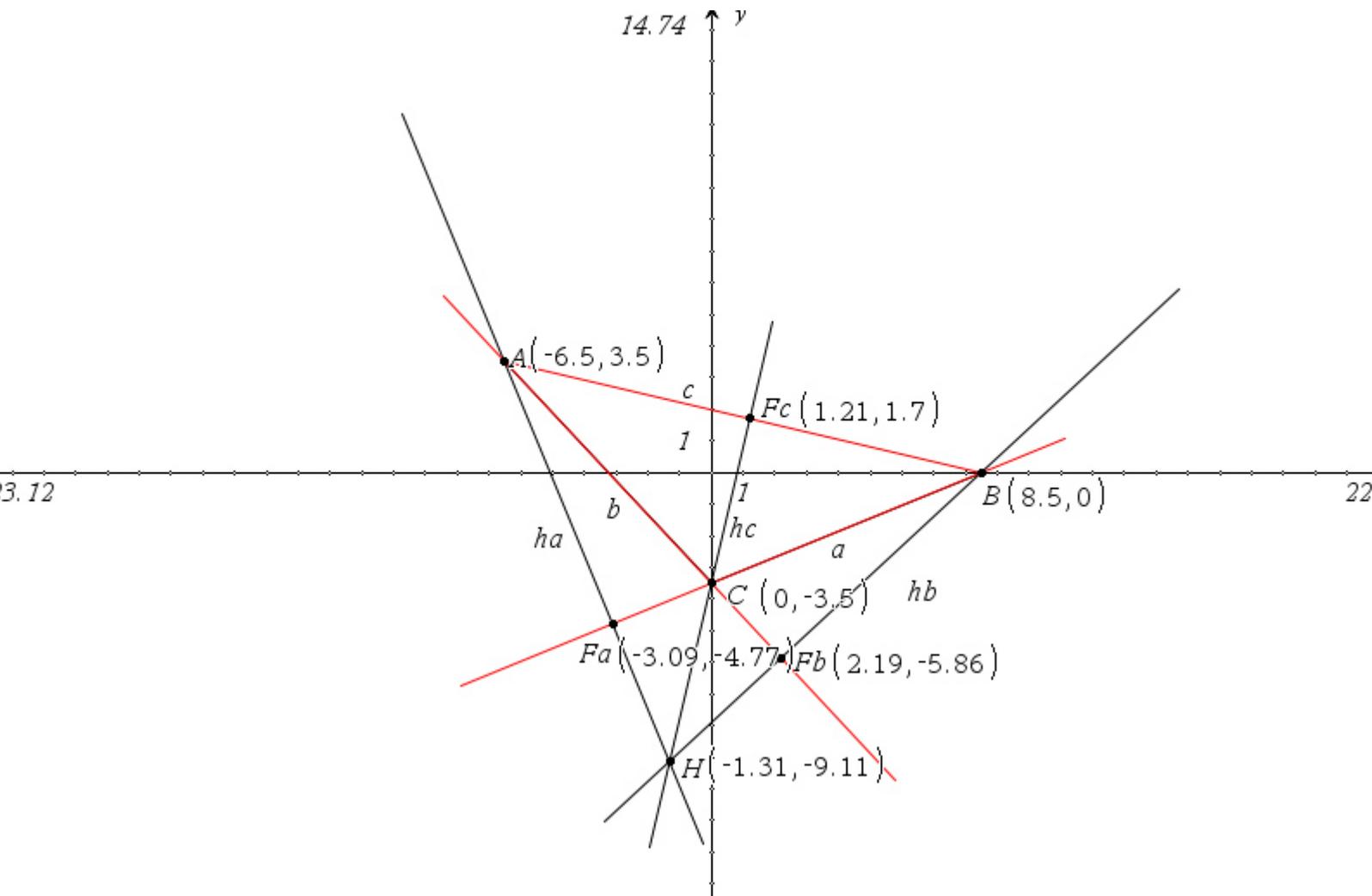


Ü3 2.)

Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$F_c (1,2/1,7) \quad F_a (-3/-4,8) \quad F_b (2,2/-5,9)$$

$$H (-1,3/-9,1)$$

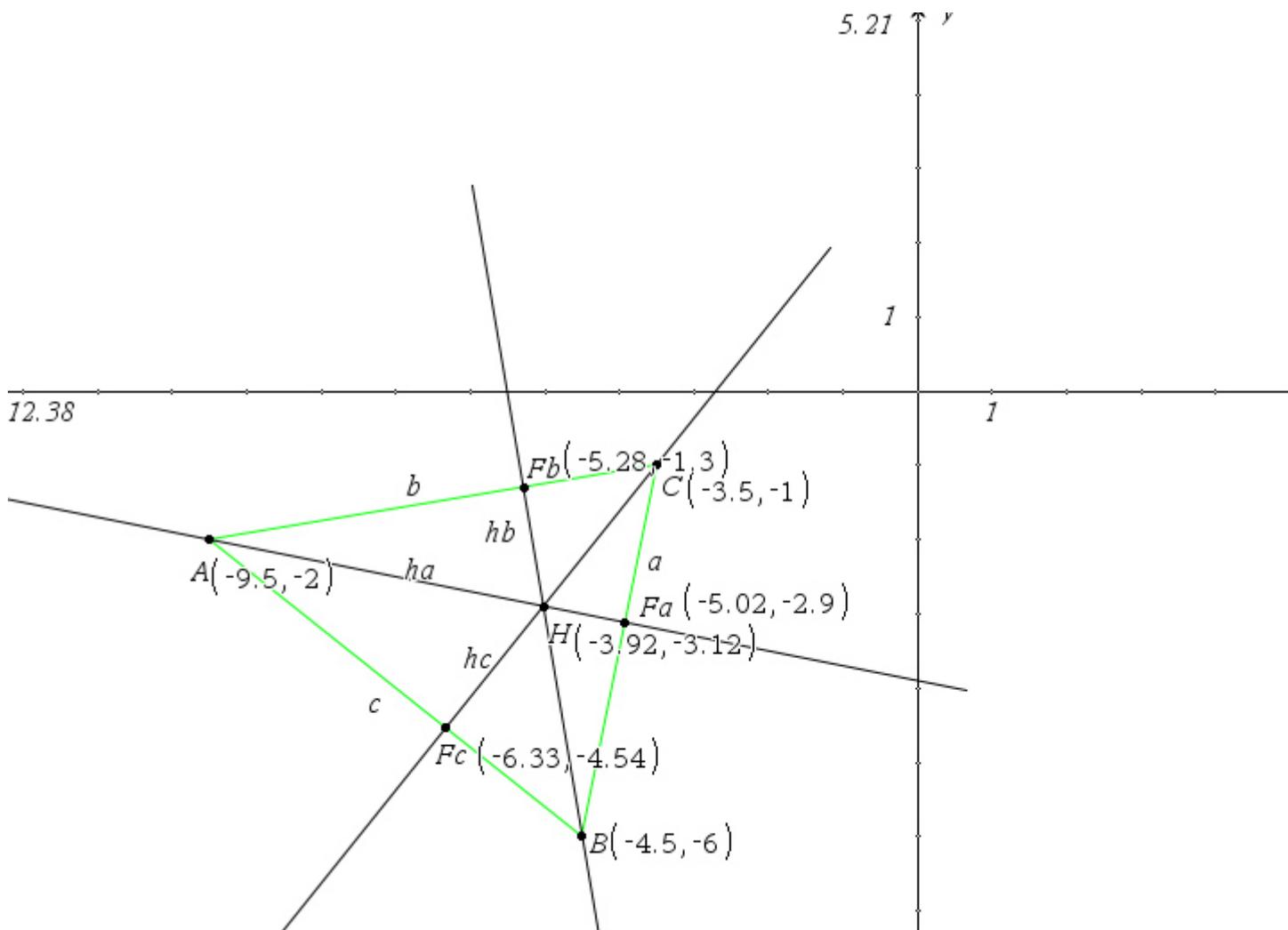


Ü4

1.) Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$F_c (-6,3/-4,5) \quad F_a (-5/-2,9) \quad F_b (-5,3/-1,3)$$

$$H (-3,9/-3,1)$$

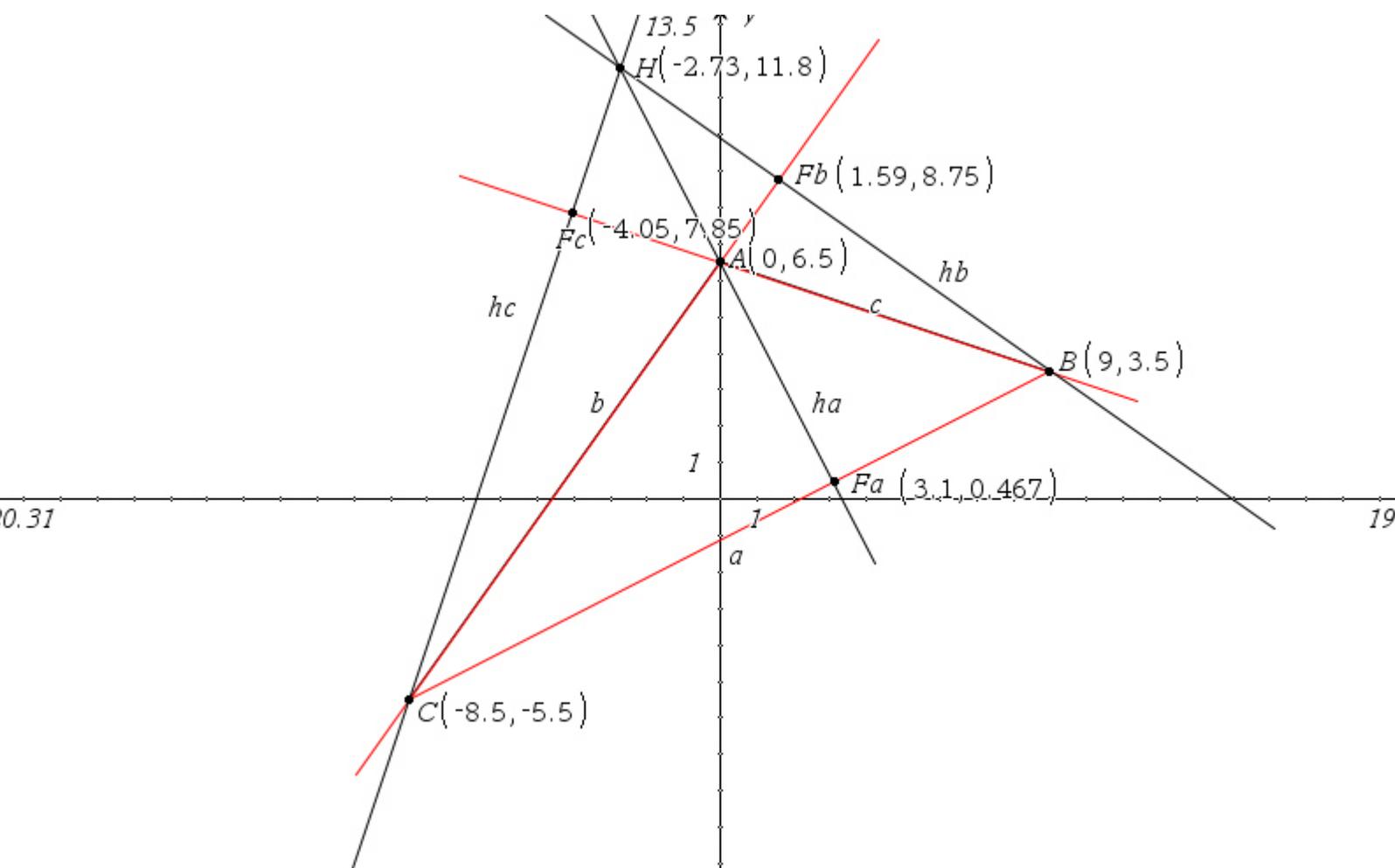


Ü4 2.)

Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$F_c (-4,7,9) \quad F_a (3,1/0,5) \quad F_b (1,6/8,8)$$

$$H (-2,7/11,8)$$



Ü5 1.)

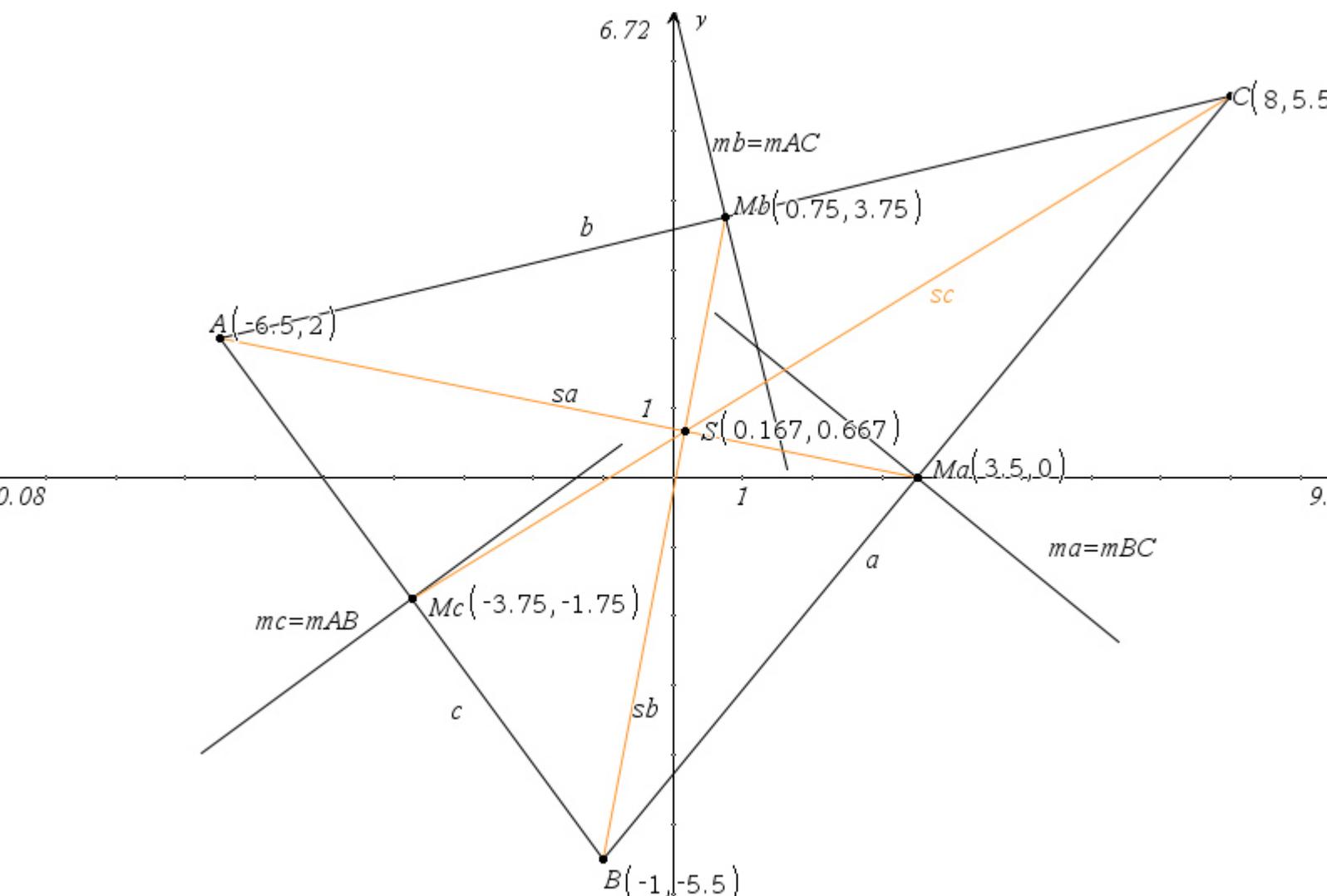
Bemerkung zu den **Schwerlinien** in den Grafikabbildungen:

Die Schwerlinien sind stets färbig eingezeichnet, die Strecken (Seiten-) symmetralen sind nur hier in der 1.Grafik auch eingezeichnet, sie dienen zur Orientierung, damit du siehst, dass die Seite halbiert wird und der Mittelpunkt der Seite definiert wird.

Die folgenden Werte sind meist auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$M_{AB}(-3,8/-1,8) = M_c \quad M_{BC}(3,5/0) = M_a \quad M_{AC}(0,8/3,8) = M_b$$

$$S(0,2/0,7)$$

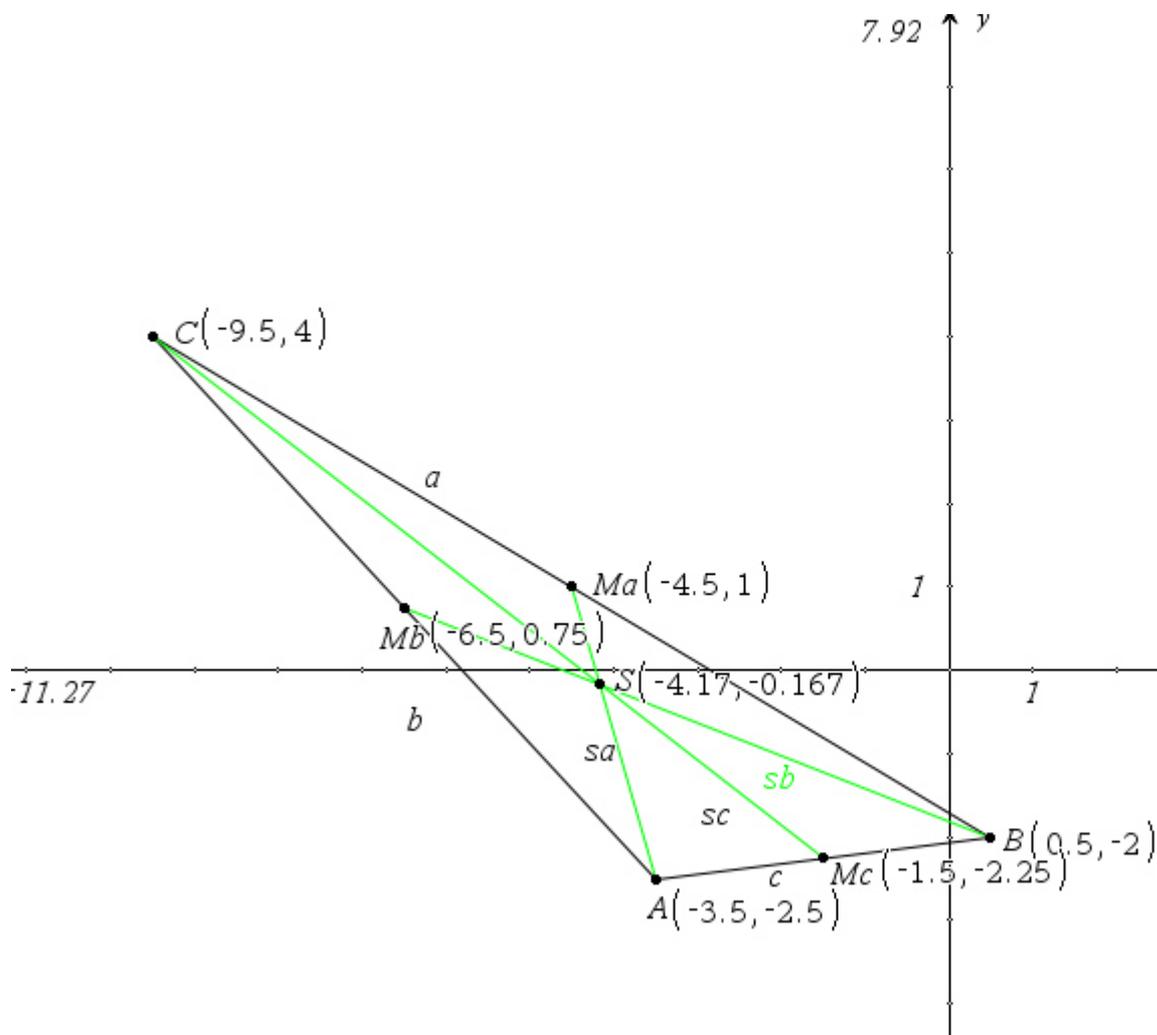


Ü5 2.)

Die folgenden Werte sind meist auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$M_{AB}(-1,5/-2,3) \quad M_{BC}(-4,5/1) \quad M_{AC}(-6,5/0,8)$$

$$S(-4,2/-0,2)$$

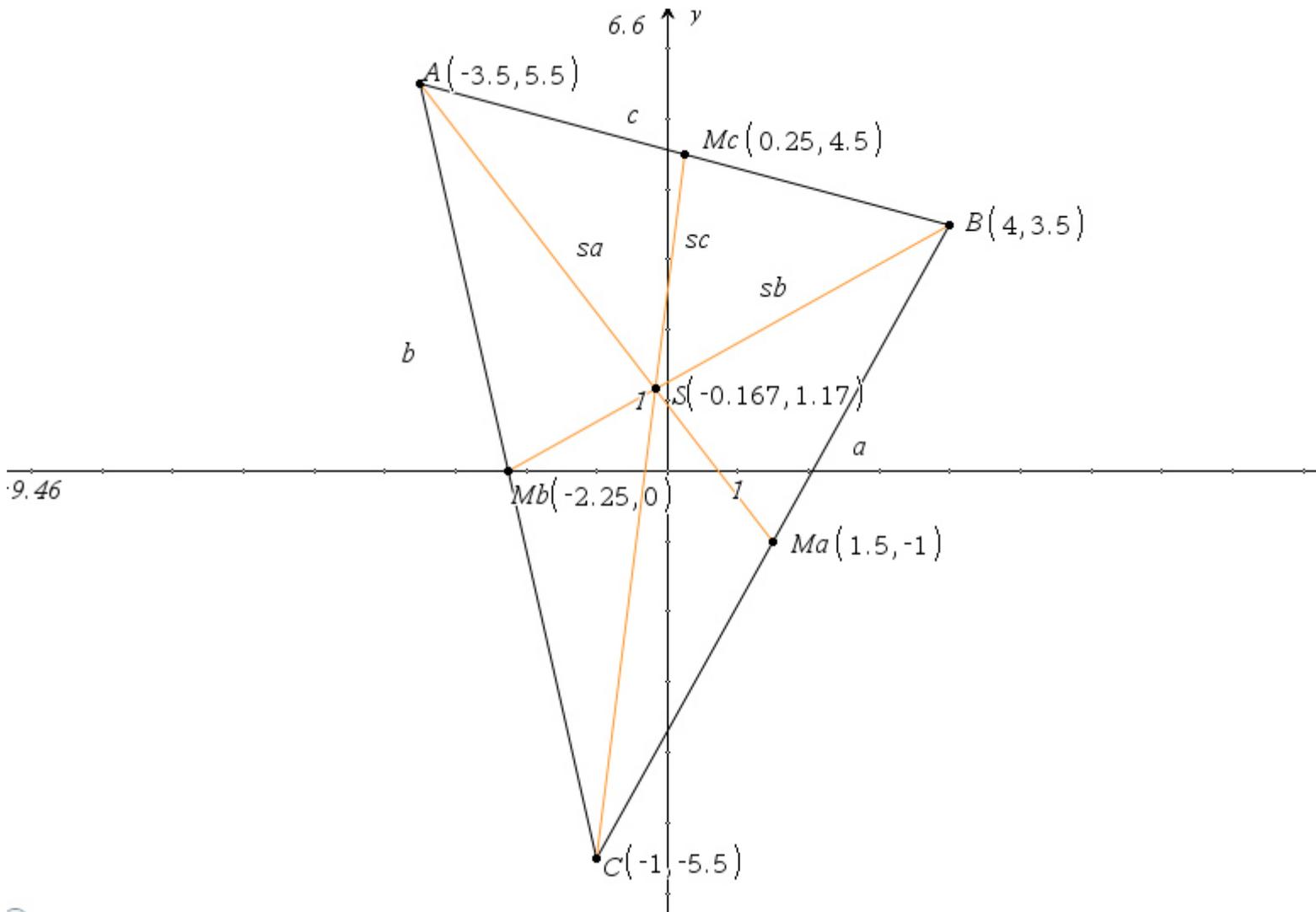


Ü6 1.)

Die folgenden Werte sind meist auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$M_{AB} (0,3/4,5) \quad M_{BC} (1,5/-1) \quad M_{AC} (-2,3/0)$$

$$S (-0,2/1,2)$$

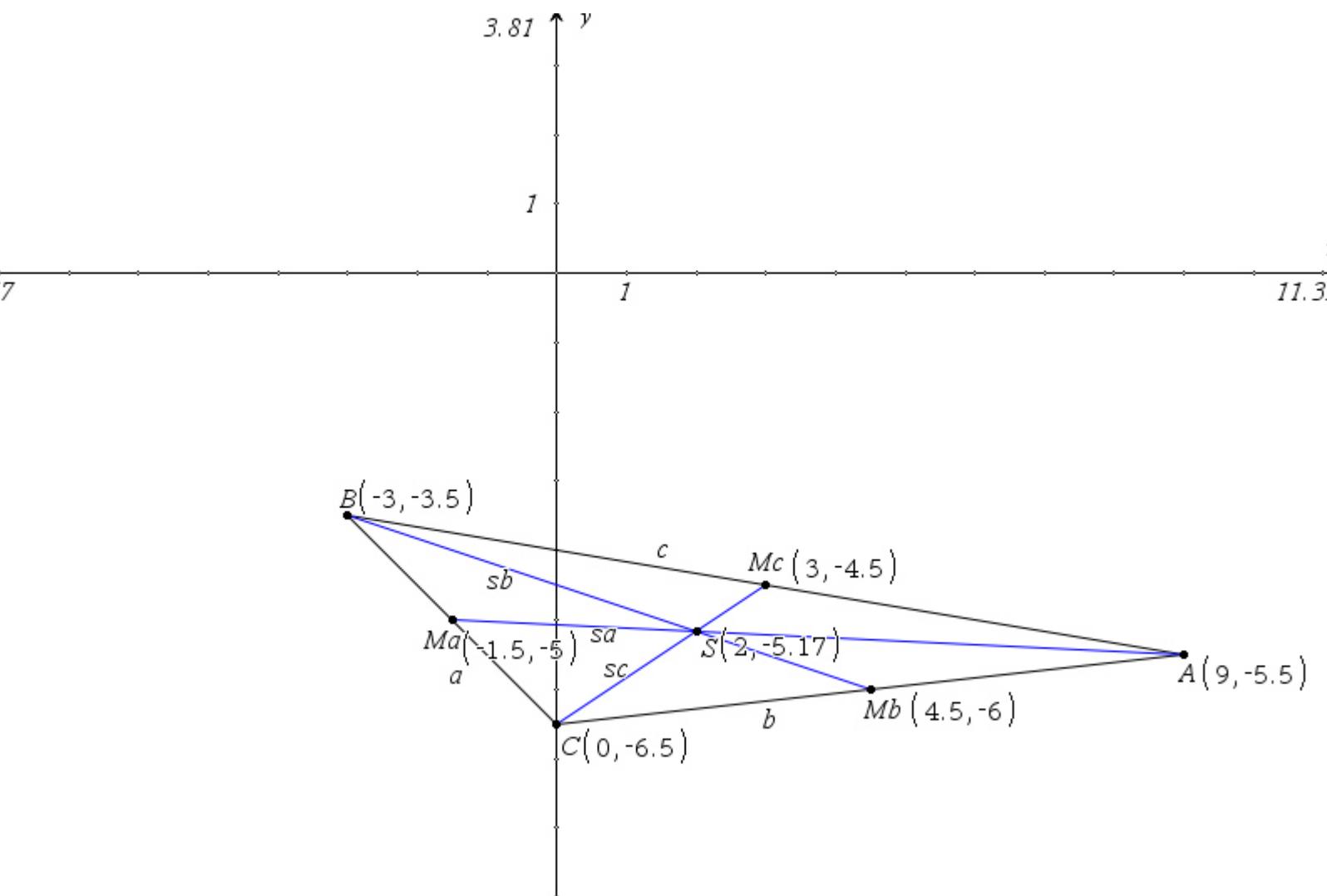


Ü6 2.)

Die folgenden Werte sind meist auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$M_{AB} (3|-4,5) \quad M_{BC} (-1,5|-5) \quad M_{AC} (4,5|-6)$$

$$S (2|-5,2)$$



Ü7 1.)

Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$T_1 (0,4/-2,4) \quad T_2 (2,9/3,8) \quad T_3 (5,9/-1,1)$$

$$I (2,7/0,3)$$

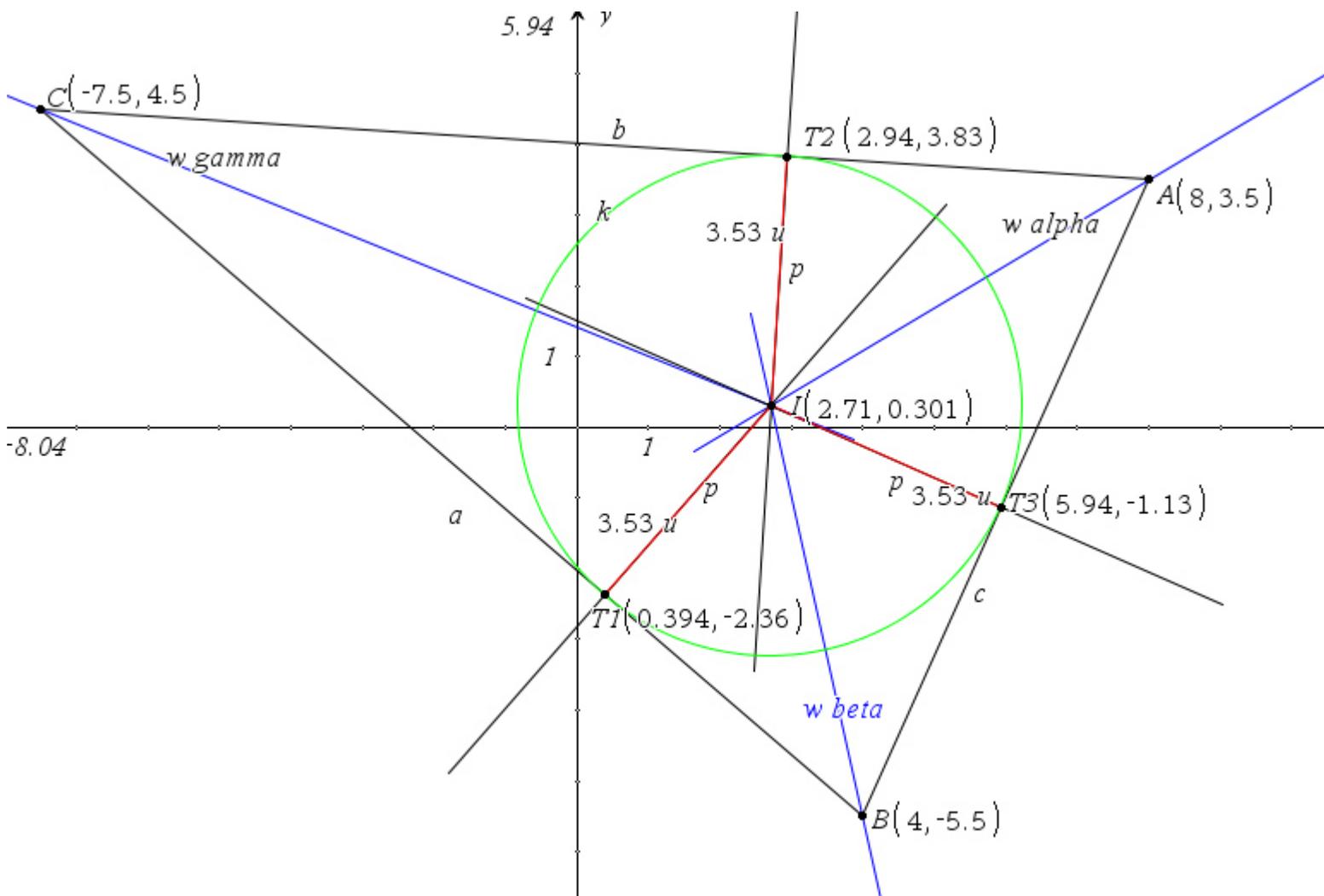
$$\rho = 3,5 \text{ LE}$$

Die Länge (Stecke $\overline{IT_1}, \overline{IT_2}, \overline{IT_3}$ des Inkreisradius ρ ist in der Grafik rot eingezeichnet.

(die Verlängerung der Normalen auf die Seite ist in diesem Beispiel zur Übersicht schwarz eingezeichnet)

Die 3 Winkelsymmetralen sind blau eingezeichnet.

Der Inkreis ist grün eingezeichnet.



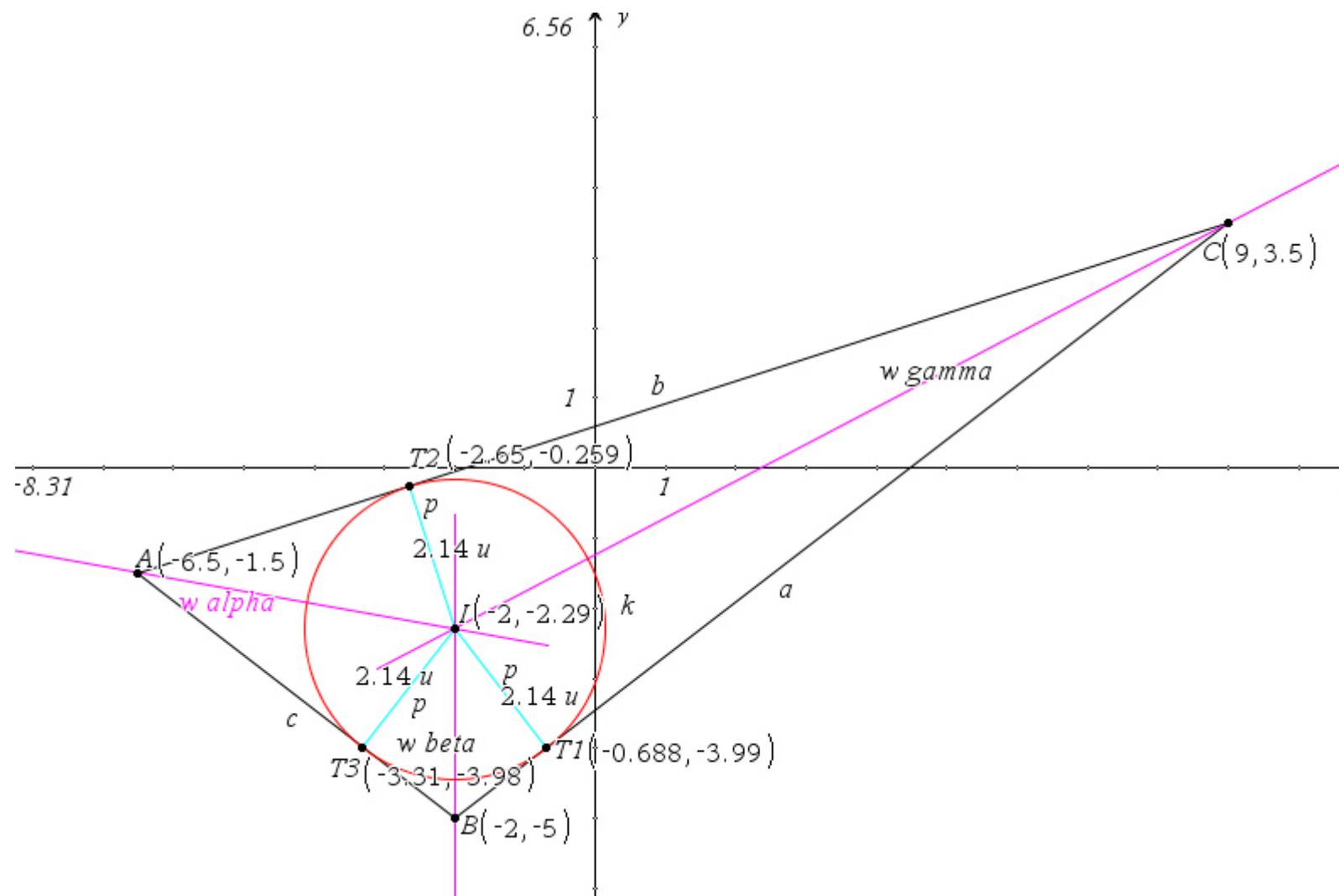
Ü7 2.)

Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$T_1 (-0,7/-4) \quad T_2 (-2,7/-0,3) \quad T_3 (-3,3/-4)$$

$$I (-2/-2,3)$$

$$\rho = 2,1 \text{ LE}$$



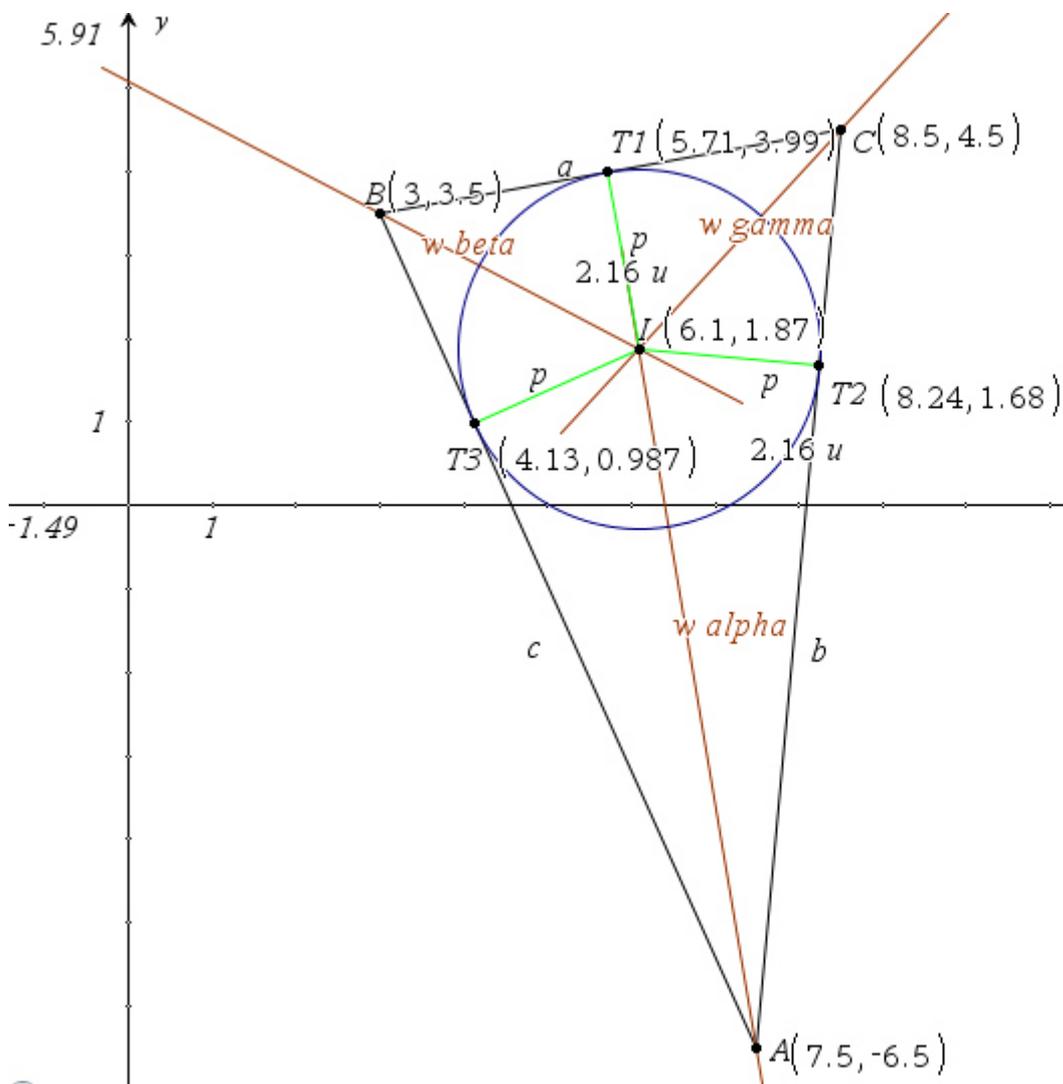
Ü8 1.)

Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$T_1 (5,7/4) \quad T_2 (8,2/1,7) \quad T_3 (4,1/1)$$

$$I (6,1/2)$$

$$\rho = 2,2 \text{ LE}$$



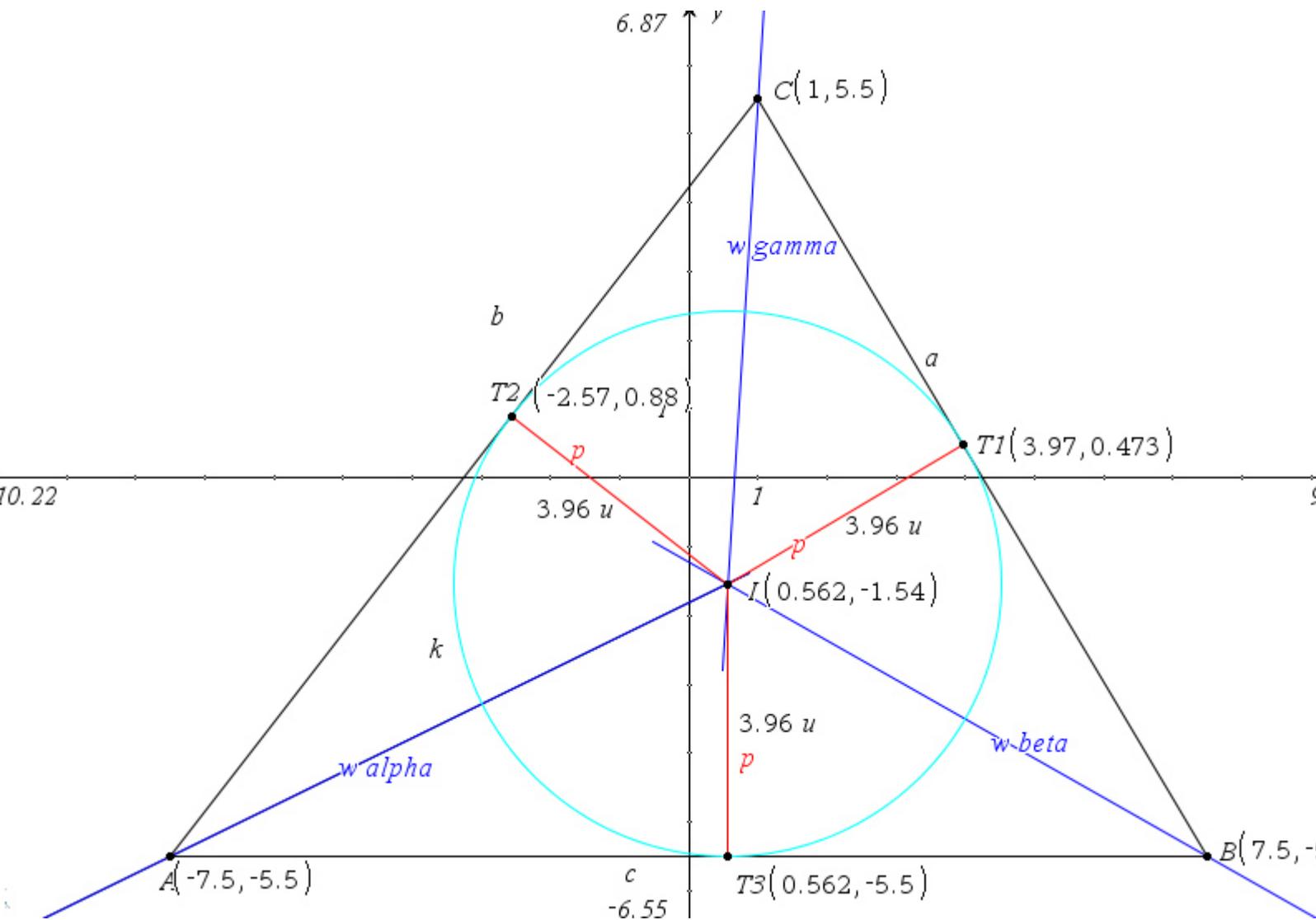
Ü8 2.)

Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

$$T_1 (4/0,5) \quad T_2 (-2,6/0,9) \quad T_3 (0,6/-5,5)$$

$$I (0,6/-1,5)$$

$$\rho = 4 \text{ LE}$$

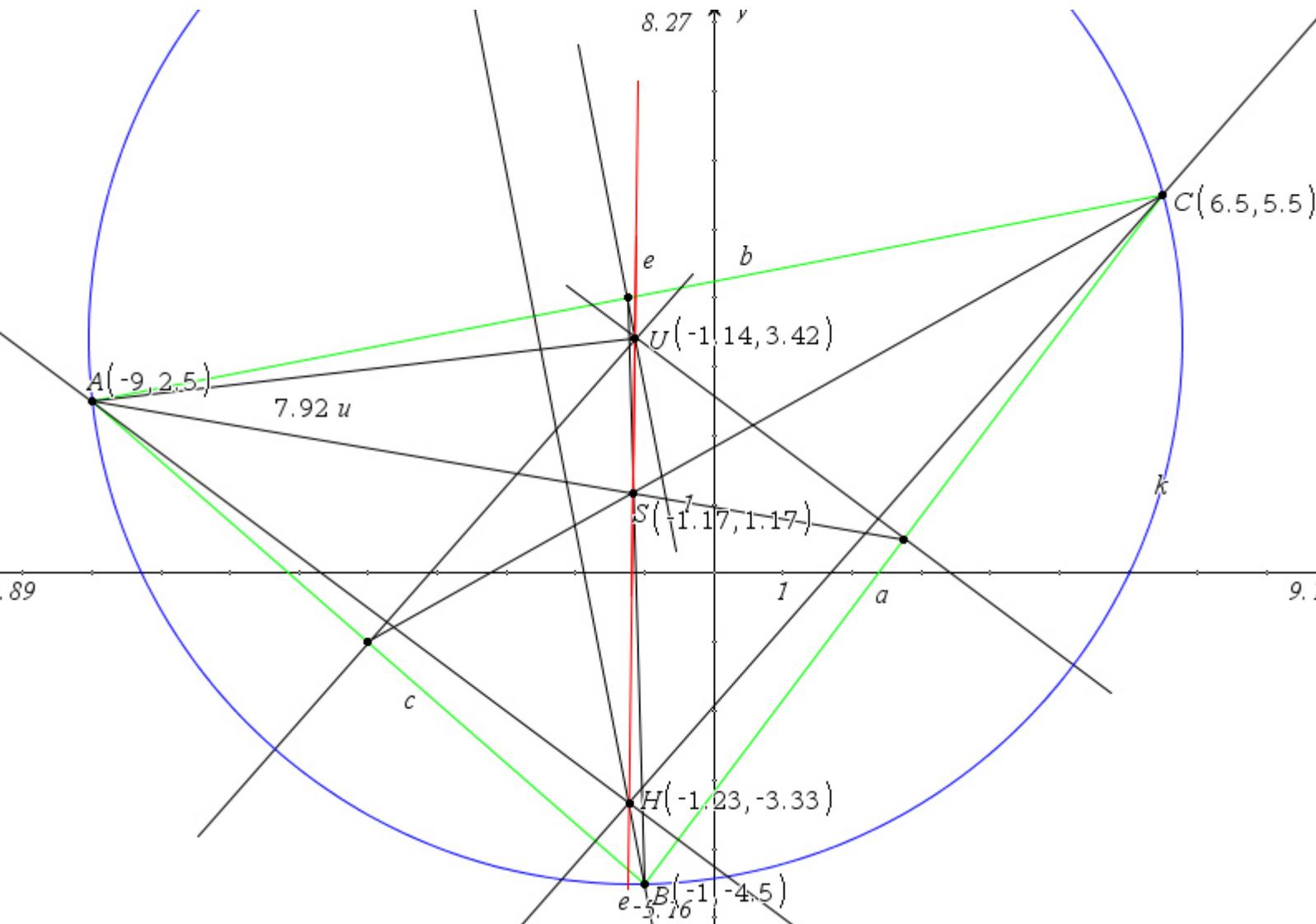


Die Eulersche Gerade ist in den folgenden Beispielsabbildungen rot eingezeichnet, das Grunddreieck grün, der Umkreis blau.

Ü9 1.)

Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

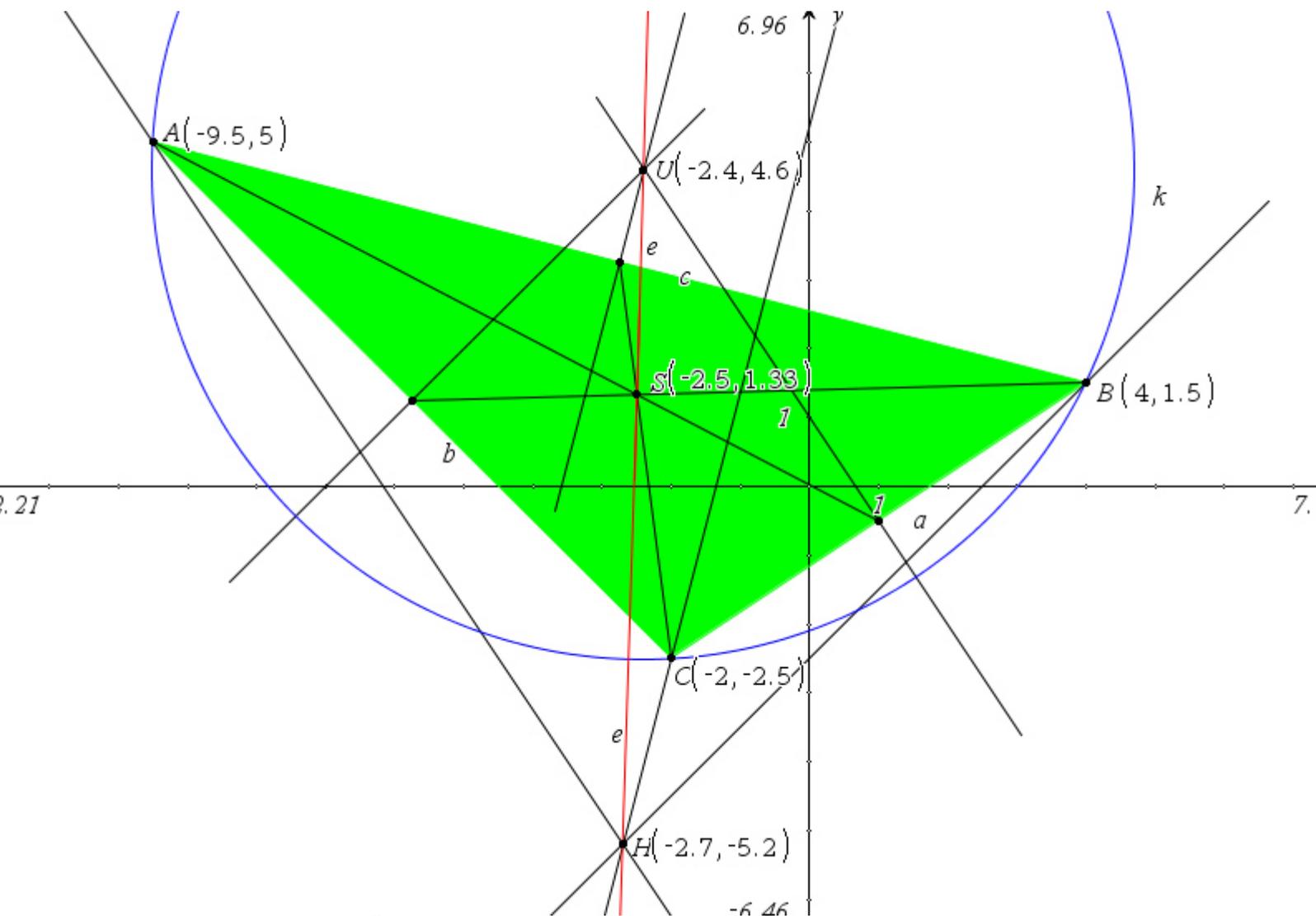
$$U(-1,2/3,4) \quad H(-1,2/-3,3) \quad S(-1,2/1,2)$$



Ü9 2.)

Die folgenden Werte sind meist auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

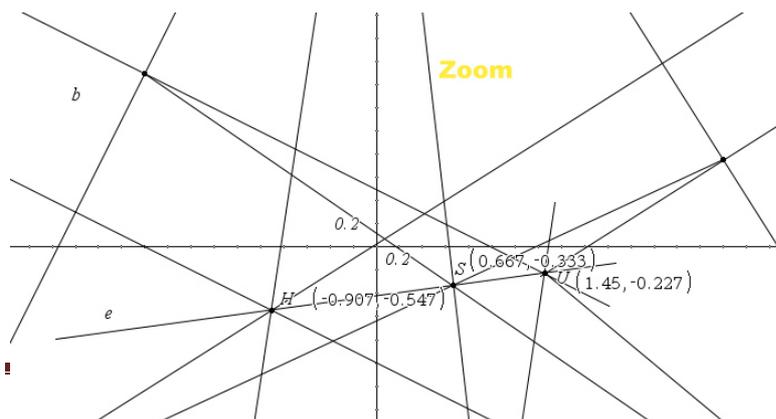
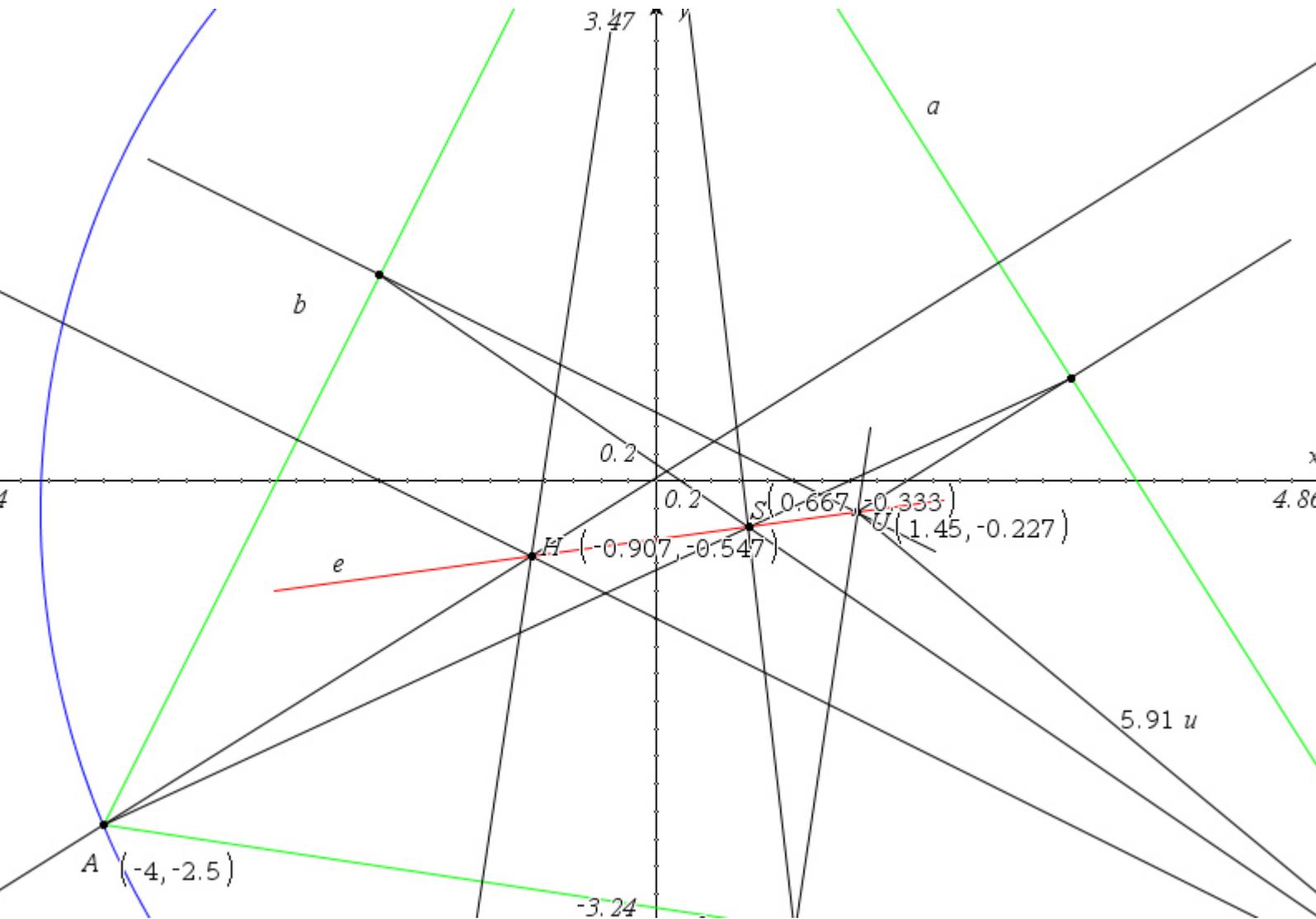
$$U(-2,4|4,6)_{\text{exakt}} \quad H(-2,7|-5,2)_{\text{exakt}} \quad S(-2,5|1,3)$$



Ü9 3.)

Die folgenden Werte sind auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgaphik findest du exakte Werte.

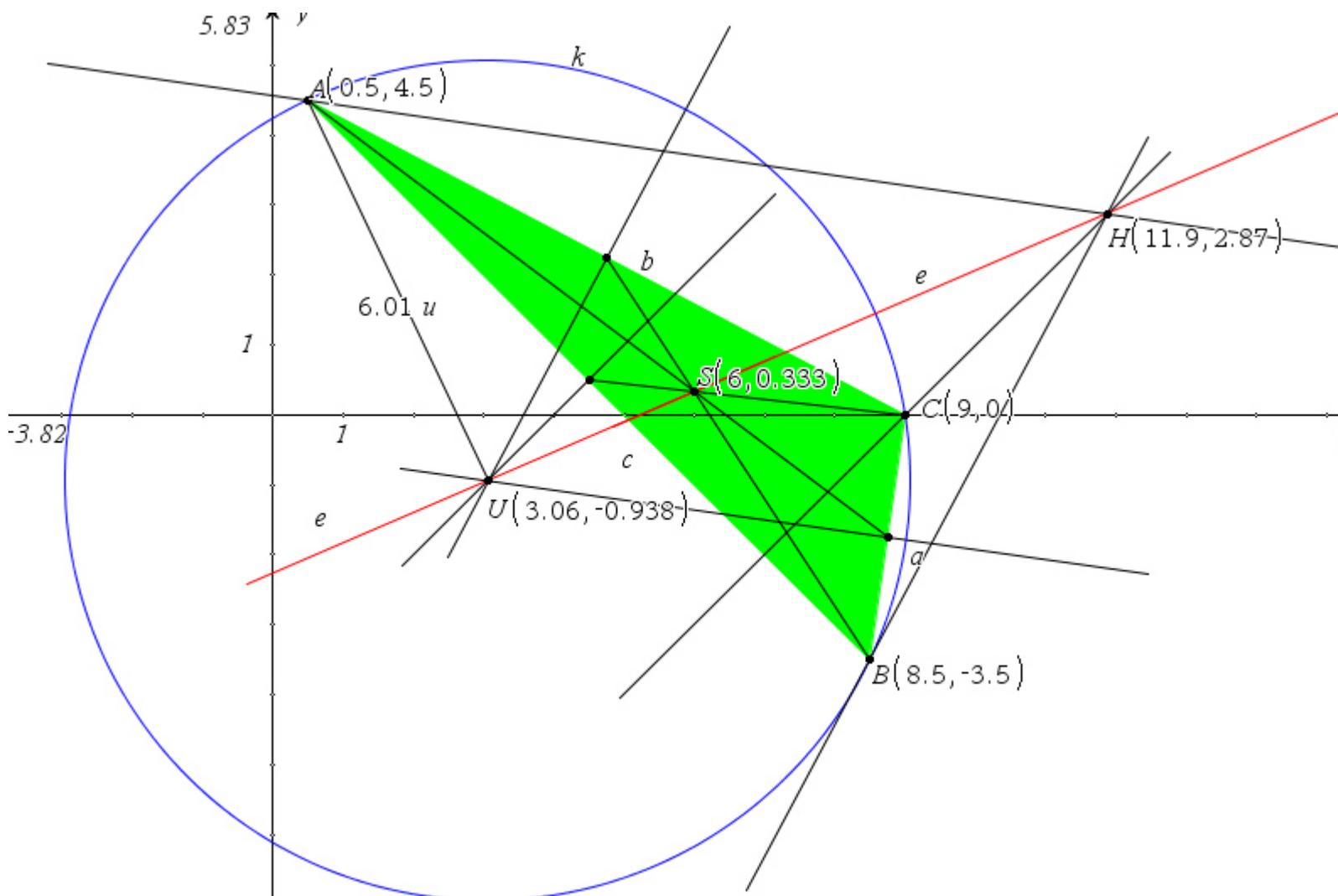
$U (1,5/-0,2)$ $H (-0,9/-0,5)$ $S (0,7/-0,3)$



Ü9 4.)

Die folgenden Werte sind meist auf 1 Dezimalstelle gerundet, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du exakte Werte.

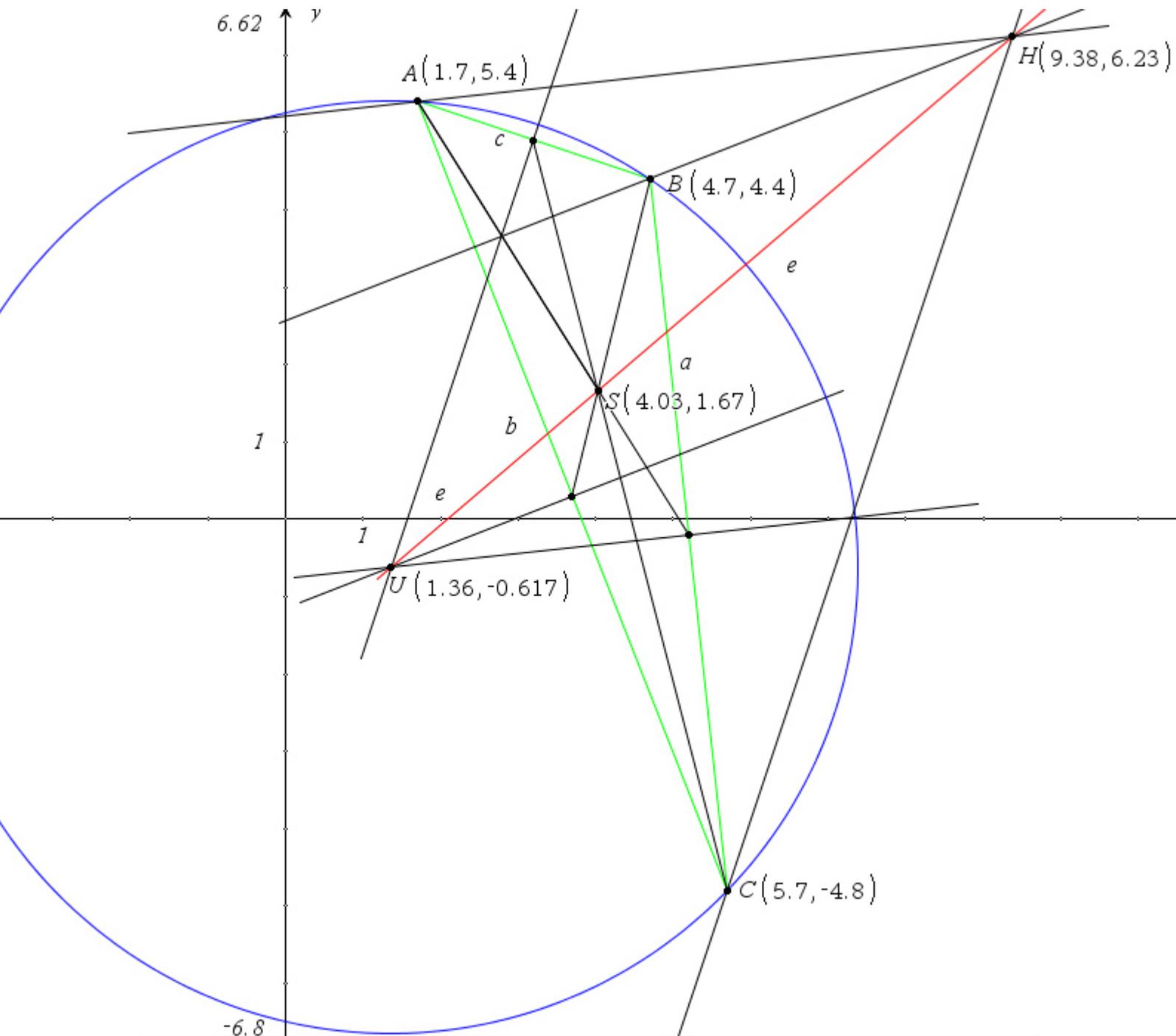
$$U(3|-0,9) \quad H(11,9|2,9) \quad S\left(6|\frac{1}{3}\right)$$



Ü10 1.) Übung mit TI N'spire

Die folgenden Werte sind exakte Werte mit 2 Dezimalen, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du sie auch.

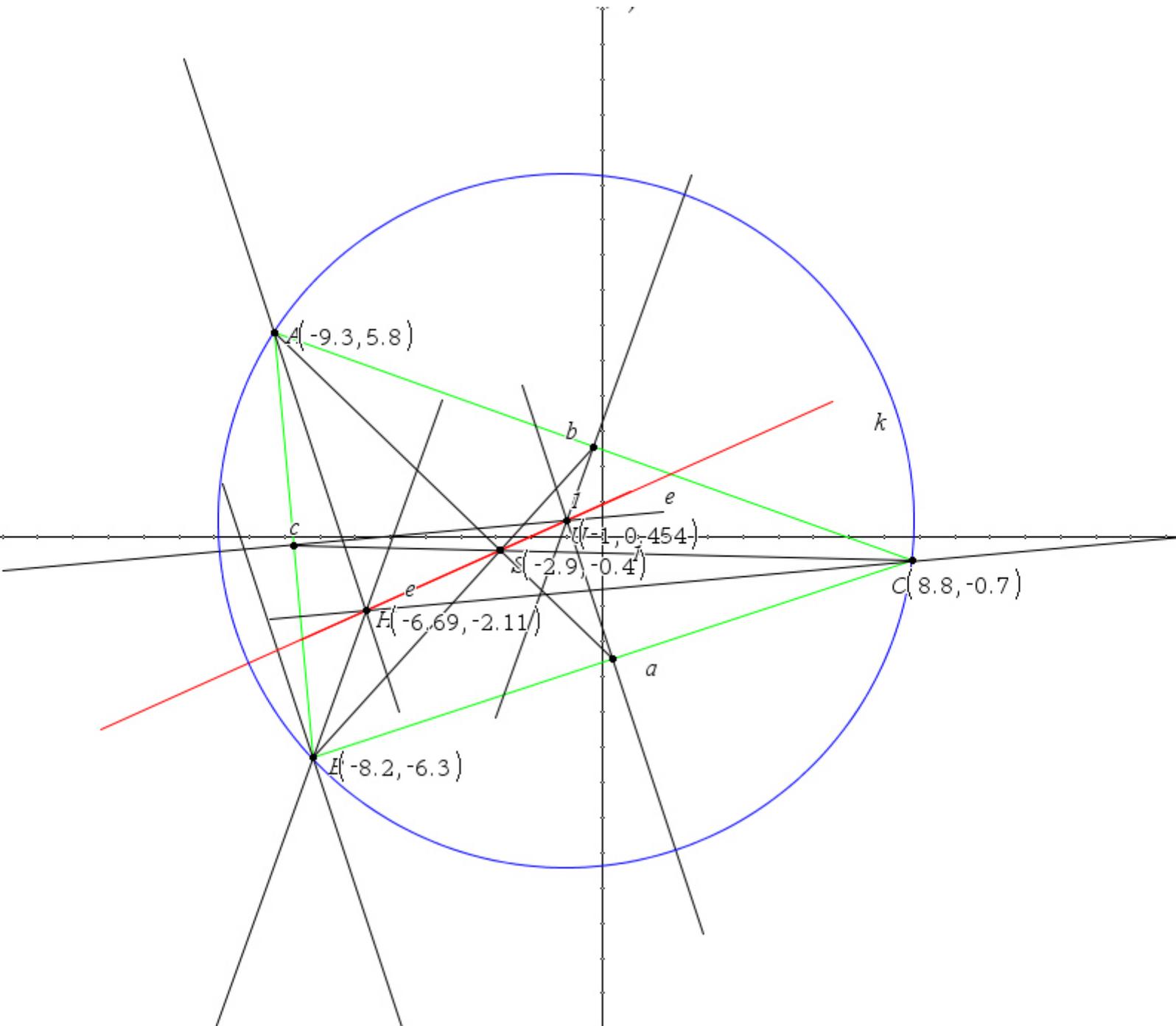
$U (1,36/-0,617) \quad H (9,38/6,23) \quad S (4,03/1,67)$



Ü10 2.) Übung mit TI N'spire

Die folgenden Werte sind exakte Werte mit 2 Dezimalen, in der untenstehenden Lösungsgraphik findest du sie auch.

$$U(-1/0,454) \quad H(-6,69/-2,11) \quad S(-2,9/-0,4)$$



Zoom

