

Mathe Leuchtturm**Übungsleuchtturm****018**

=Übungskapitel

Checke dein Wissen**Kurztest-view über Brüche**

Die gesamte Bruchrechnung wird hier in Kompetenzfragen „verpackt“. Dein Wissensstand sollte also die Übungsleuchttürme von 007 bis 016 beinhalten.

.....Kompetenzen und Ideen..... Lösungen findest du ab Seite 4

Ü1

Ein Flüssigkeitsbehälter, der 8 Randmarkierungen mit gleichem Abstand aufweist, wird mit **Weidendudler gespritzt** der Reihe nach gefüllt. Zunächst bis zur 1. Randmarkierung, dann bis zur 2., weiters bis zur 3., und schließlich bis zur 8.

Beschreibe an Hand dieses Beispiels erklärend die Begriffe

- 1.) Die Addition gleichnamiger Brüche
- 2.) Multiplikation eines Bruchs mit einer ganzen Zahl
- 3.) Kürzen und Erweitern

Mache eine genaue Skizze!

Ü2

Bringe die gemischte Zahl deines Geburtsdatums (deines Freundes,.....) auf einen **unechten Bruch!**

Beispiel: Big Meg ist am 31.12.2099 geboren.

$$31\frac{12}{2099} = \frac{31 \cdot 2099 + 12}{2099} = \frac{65081}{2099}$$

Ü3

Ein Erdbeerstrudel lässt sich in genau **39 gleich große** Stücke teilen.

Bei einer Party werden 13 Stücke aufgegessen.

Wie können wir den aufgegessenen Teil als Bruch schreiben?

Wie können wir den übrig gebliebenen Teil als Bruch schreiben?

Der Rest des Strudels (Stücke!) wird in 52 gleich große Stücke geteilt.

Wie können wir dieses Verhältnis als Bruch schreiben? Was geschieht mit jedem Stück?

Ü4

1.) Wie lautet die Zahl als Bruch ausgedrückt, die geometrisch gesehen auf der

Zahlengeraden genau in der Mitte zwischen 17,25 und 17,5 liegt?

2.) Wann wird das **Ergebnis eines Doppelbruchs Null**?

Schreibe –wenn möglich–*verschiedene Möglichkeiten* an.

Setze deine Überlegungen mit allgemeinen Variablen an.

Wo darf Null nicht auftreten??

3.) Schreibe die Rechnung $\frac{49}{56} : \frac{87}{300}$ als **Multiplikation zweier Dezimalzahlen** und rechne

dann als **Bruchdivision**

4.) Schreibe die Formel für die **Division des Verhältnisses** aus a und b durch e an.

5.) Pierre schreibt folgendes in sein Notizbuch:

$$\underbrace{\frac{3}{76} + \frac{3}{76} + \dots + \frac{3}{76}}_{38\text{mal}}$$

Schreibe dies mit einer **anderen Rechenoperation** an (vereinfache!) und das Ergebnis als

Dezimalzahl!

6.) Gegeben ist der Ausdruck $\frac{5}{6} - a$.

Welche der folgenden Zahlen dürfen wir für a einsetzen, um die Menge der positiven (rationalen) Zahlen nicht zu „verlassen“ ?

(Hinweis: setze für a immer der Reihe nach einen Bruch ein, rechne aus und schaue, ob das Ergebnis kleiner Null wird)

$\frac{5}{30}$; $\frac{49}{42}$; $\frac{12}{15}$; $\frac{44}{32}$; $\frac{32}{44}$; $\frac{43}{44}$; 0,12

7.) Wie kannst du einem Telefonkandidaten, der Mathematiker ist, bei der Billionenshow die folgende Rechnung durchsagen?

Drücke die folgende Rechnung **in Worten-mathematischen „Vokabeln“** aus:

(nicht zulässig ist: 3 Siebtel minus Klammer 2 Neuntel)

Antwortmöglichkeit C..... $\frac{3}{7} - \left(\frac{2}{9} : \frac{3}{7}\right) + \left(s \cdot \frac{r}{4}\right)$



Übungsleuchtturm

Lösungen

018

Ü1

Ein Flüssigkeitsbehälter, der 8 Randmarkierungen mit gleichem Abstand aufweist, wird mit *Weidendudler gespritzt* der Reihe nach gefüllt. Zunächst bis zur 1. Randmarkierung, dann bis zur 2., weiters bis zur 3., und schließlich bis zur 8.

Beschreibe an Hand dieses Beispiels erklärend die Begriffe

- 1.) Die Addition gleichnamiger Brüche
- 2.) Multiplikation eines Bruchs mit einer ganzen Zahl
- 3.) Kürzen und Erweitern

Mache eine genaue Skizze!

Die Befüllung bis zur 1. Markierung $\frac{1}{8}$

Die Befüllung bis zur 2. Markierung entstand, indem zu einem Achtelteil noch ein Achtelteil dazu addiert wurde.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = 2 \cdot \frac{1}{8} \quad \text{andere Schreibweise: } \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1+1}{8} = \frac{2}{8} \quad \text{ein längerer Bruchstrich}$$

Beobachten wir den Wasserstand genau, sehen wir: es ist genau **ein Viertel** des gesamten Beckens mit Wasser befüllt.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \text{ggT}(2,8)=2$$

$$\frac{2}{8} \rightarrow \text{Kürzen} : 2 \rightarrow \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \rightarrow \text{Erweitern} \cdot 2 \rightarrow \frac{2}{8}$$

Die Befüllung bis zur 3. Markierung

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 3 \cdot \frac{1}{8}$$

Wir können nicht kürzen, da aufgrund der Teilbarkeitsregeln die Zahl 3 und 8 keinen gemeinsamen Teiler (außer 1) haben.

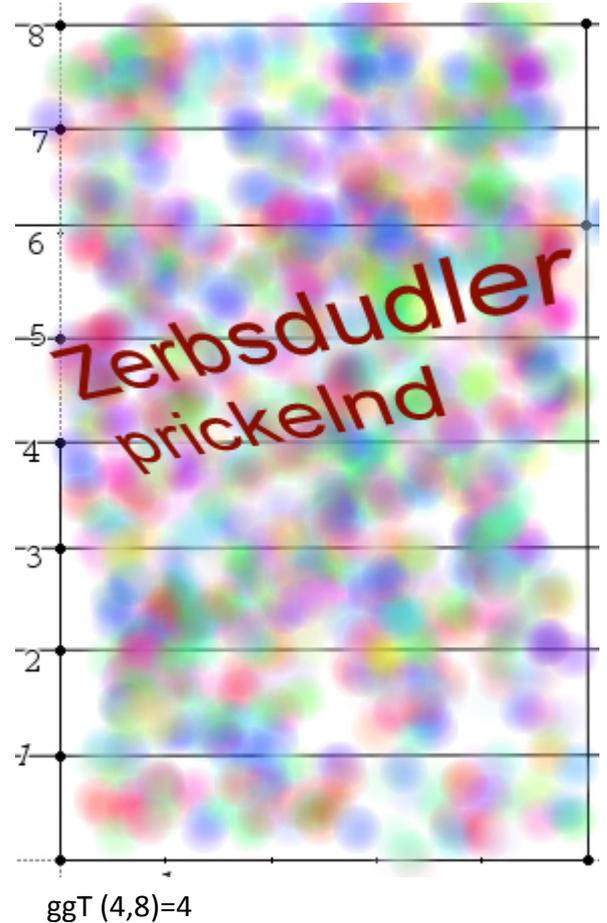
Die Befüllung bis zur 4. Markierung

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1+1+1+1}{8} = \frac{4}{8} = 4 \cdot \frac{1}{8}$$

Wir sehen: es ist genau die Hälfte des Beckens voll.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{8} \rightarrow \text{Kürzen} : 4 \rightarrow \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \rightarrow \text{Erweitern} \cdot 4 \rightarrow \frac{4}{8}$$

**Die Befüllung bis zur 5. Markierung**

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1+1+1+1+1}{8} = \frac{5}{8} = 5 \cdot \frac{1}{8}$$

Wir können nicht kürzen, da aufgrund der Teilbarkeitsregeln die Zahl 5 und 8 keinen gemeinsamen Teiler (außer 1) haben.

Die Befüllung bis zur 6. Markierung.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1+1+1+1+1+1}{8} = \frac{6}{8} = 6 \cdot \frac{1}{8}$$

Wir sehen: das Becken ist zu $\frac{3}{4}$ voll.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{8} \rightarrow \text{Kürzen} : 2 \rightarrow \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} \rightarrow \text{Erweitern} \cdot 2 \rightarrow \frac{6}{8} \quad \text{ggT}(6,8)=2$$

Die Befüllung bis zur 7. Markierung.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1+1+1+1+1+1+1+1}{8} = \frac{7}{8} = 7 \cdot \frac{1}{8}$$

Wir können nicht kürzen, da aufgrund der Teilbarkeitsregeln die Zahl 7 und 8 keinen gemeinsamen Teiler (außer 1) haben

Die Befüllung bis zur 8. Markierung.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1+1+1+1+1+1+1+1}{8} = \frac{8}{8} = 8 \cdot \frac{1}{8}$$

Wir sehen: das Becken ist voll.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\frac{8}{8} \rightarrow \text{Kürzen} : 8 \rightarrow \frac{1}{1} = 1 \qquad \frac{1}{1} \rightarrow \text{Erweitern} \cdot 8 \rightarrow \frac{8}{8}$$

Ü2-> siehe Musterbeispiel, bei jedem verschieden

Beispiel: Mrs.Courb ist am 4.4.1997 geboren.

$$4 \frac{4}{1997} = \frac{4 \cdot 1997 + 4}{1997} = \frac{7992}{1997}$$

Ü3

Ein Erdbeerstrudel lässt sich in genau **39 gleich große** Stücke teilen.

Bei einer Party werden 13 Stücke aufgegessen.

Wie können wir den aufgegessenen Teil als Bruch schreiben?

$$\boxed{\frac{13}{39} \rightarrow \text{Kürzen} : 13 \rightarrow \frac{1}{3}}$$

Wie können wir den übrig gebliebenen Teil als Bruch schreiben?

$$\boxed{\frac{26}{39} \rightarrow \text{Kürzen} : 13 \rightarrow \frac{2}{3}}$$

Der Rest des Strudels wird in 52 gleich große Stücke geteilt.

$$\boxed{\frac{26}{52} = \frac{1}{2}} \text{ Jedes Stück wird genau halbiert.}$$

Ü4

- 1.) Wie lautet die Zahl als Bruch ausgedrückt, die geometrisch gesehen auf der Zahlengeraden genau in der Mitte zwischen 17,25 und 17,5 liegt?

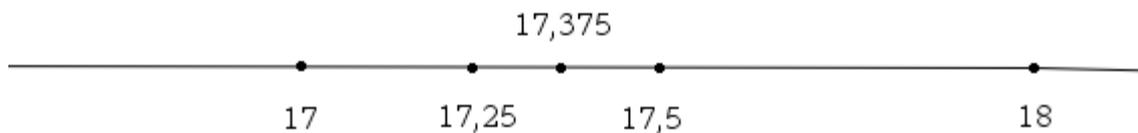
$$17,250 = 17\frac{1}{4} \quad 17,500 = 17\frac{1}{2}$$

Zwischen 0,250 und 0,500 liegt eine Strecke von 0,250 (17 „lassen wir jetzt weg“)

Als Strecke ist die Hälfte von (0,)250 (0,)125.

Wir addieren zu 0,250 0,125 dazu: $0,250 + 0,125 = 0,375$

Lösung: Zwischen 17,25 und 17,5 liegt $17,375 = 17\frac{3}{8}$



$$\frac{3}{8} = 0,375$$

- 2.) Wann wird das **Ergebnis eines Doppelbruchs Null**? Schreibe –wenn möglich–*verschiedene Möglichkeiten* an. Setze allgemeine Variable an.

$$\frac{0}{\frac{a}{b}} = \frac{0 \cdot c}{a \cdot b} = \frac{0}{a \cdot b} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{\frac{a}{c}}{0} = \frac{a \cdot 0}{c \cdot b} = \frac{0}{c \cdot b} = 0$$

0 darf **nicht im Nenner des 1.Bruchs** oder **im Zähler des 2.Bruchs** sein.

$\frac{c}{0}$ „alleine“ darf aber nicht sein. Wir dürfen keinen Bruch mit dem Nenner 0 anschreiben.

3.) Schreibe die Rechnung $\frac{49}{56} : \frac{87}{300}$ als **Multiplikation zweier Dezimalzahlen** und rechne

dann als Bruchdivision

Multiplikation zweier Dezimalzahlen:

$$\frac{49}{56} : \frac{87}{300} = \frac{49}{56} \cdot \frac{300}{87}$$

$$\frac{49 \rightarrow : 7}{56 \rightarrow : 7} = \frac{7}{8} = 0,875$$

$$\frac{300 \rightarrow : 3}{87 \rightarrow : 3} = \frac{100}{29} = 3,44827$$

$$0,875 \cdot 3,44827 = 3,01724 \text{ mit genauen Stellen}$$

Bruchdivision:

$$\frac{87 \rightarrow : 3}{300 \rightarrow : 3} = \frac{29}{100} = 0,29$$

$$\frac{7}{8} : \frac{29}{100} = \frac{7}{8} \cdot \frac{100}{29} = \frac{7}{2} \cdot \frac{25}{29} = \frac{175}{58} = 3 \frac{1}{58} = 3,01724$$

4.) Schreibe die Formel für die Division des Verhältnisses aus g und b durch e an.

$$\boxed{\frac{g}{b} : e = \frac{g}{b} \cdot \frac{1}{e} = \frac{g}{be}}$$

5.) Pierre schreibt folgendes in sein Notizbuch:

$$\underbrace{\frac{3}{76} + \frac{3}{76} + \dots + \frac{3}{76}}_{38\text{mal}}$$

Schreibe dies mit einer **anderen Rechenoperation** an (vereinfache!) und das Ergebnis als Dezimalzahl!

$$\underbrace{\frac{3}{76} + \frac{3}{76} + \dots + \frac{3}{76}}_{38\text{mal}} = 38 \cdot \frac{3}{76} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

6.) Gegeben ist der Ausdruck $\frac{5}{6} - a$.

Welche der folgenden Zahlen dürfen wir für a einsetzen, um die Menge der positiven (rationalen) Zahlen nicht zu „verlassen“?

$$\frac{5}{30}; \frac{49}{42}; \frac{12}{15}; \frac{44}{32}; \frac{32}{44}; \frac{43}{44}; 0,12$$

$$\frac{5}{6} - \frac{5}{30} = \frac{25}{30} - \frac{5}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} > 0$$

$$\frac{5}{6} - \frac{49}{42} = \frac{35}{42} - \frac{49}{42} < 0 \text{ !!!!!!!!!}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{12}{15} = \frac{25}{30} - \frac{24}{30} = \frac{1}{30} > 0$$

$$\frac{5}{6} - \frac{44}{32} = \frac{5}{6} - \frac{11}{8} = \frac{20}{24} - \frac{33}{24} < 0 \text{ !!!!!!!!!}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{32}{44} = \frac{5}{6} - \frac{8}{11} = \frac{55}{66} - \frac{48}{66} = \frac{7}{66} > 0$$

$$\frac{5}{6} - \frac{43}{44} = \frac{110}{132} - \frac{129}{132} < 0 \text{ !!!!!}$$

$$\frac{5}{6} - 0,12 = \frac{5}{6} - \frac{12}{100} = \frac{250}{300} - \frac{36}{300} = \frac{214}{300} = \frac{107}{150} > 0$$

Wir dürfen wir für a $\boxed{\frac{49}{42}; \frac{44}{32} \text{ und } \frac{43}{44}}$ nicht einsetzen

7.) Wie kannst du einem Telefonkandidaten, der Mathematiker ist, bei der Billionenshow die folgende Rechnung durchsagen?

Drücke die folgende Rechnung **in Worten-mathematischen „Vokabeln“** aus:

(nicht zulässig ist: 3 Siebtel minus Klammer 2 Neuntel)

$$\text{Antwortmöglichkeit C} \dots\dots\dots \frac{3}{7} - \left(\frac{2}{9} : \frac{3}{7} \right) + \left(s \cdot \frac{r}{4} \right)$$

Subtrahiere von drei Siebtel den Quotienten von zwei Neuntel und drei Siebtel und addiere zum Ergebnis das Produkt aus s und dem Viertel aus r